Мы выяснили как вычисляются допустимые погрешности сигналов сети. При этом мы не выделяли особо тот вклад, который вносят в погрешность сигнала сами элементы. Рассмотрим теперь, как вычисляются допустимые погрешности сигналов сети при обратном распространении точности с учетом собственных погрешностей элементов стандартного нейрона.

Начнем вычисление допустимых погрешностей сигналов сети с учетом собственных погрешностей элементов с точки ветвления. Пусть точка ветвления имеет собственную погрешность ε_{tv}. Предположим, что допустимые погрешности выходных сигналов точки ветвления равны $\varepsilon_1 \pm \varepsilon_{tv}, \varepsilon_2 \pm \varepsilon_{tv}, \ldots, \varepsilon_k \pm \varepsilon_{tv}$. Для увеличения точности вычислений необходимо накладывать на допустимые погрешности наиболее жесткие требования. Поэтому в качестве допустимой погрешности входного сигнала точки ветвления при обратном распространении следует выбирать погрешность $\min\{\varepsilon_i - \varepsilon_{tv}\}_{i=1}^{k}$.

Следующий элемент стандартного нейрона – нелинейный преобразователь. Если нелинейный преобразователь имеет собственную погрешность ε_φ, которая добавляется к его выходному сигналу, и погрешность его выходного сигнала равняется ε_1, то допустимая погрешность входного сигнала нелинейного преобразователя равняется $\varepsilon \le (\varepsilon_1 - \varepsilon_\varphi) / max|\varphi'(x)|$, где $x \in \left[\varphi^{-1}(y - \varepsilon_1 + \varepsilon_\varphi), \varphi^{-1}(y + \varepsilon_1 - \varepsilon_\varphi)\right]$ или в линейном приближении $\varepsilon \le (\varepsilon_1 - \varepsilon_\varphi) / |\varphi'(A_0)|$.

Предположим теперь, что собственная погрешность нелинейного преобразователя ε_φ добавляется к его входному сигналу $\varphi(x \pm \varepsilon_\varphi)$, и при обратном распространении точности погрешность выходного сигнала нелинейного преобразователя равняется ε_1. Рассмотрим наихудший вариант, когда входной сигнал нелинейного преобразователя находится в интервале $\left[x - \varepsilon - \varepsilon_\varphi, x + \varepsilon + \varepsilon_\varphi\right]$. В этом случае допустимая погрешность входного сигнала нелинейного преобразователя вычисляется следующим образом:

$$\varepsilon \le \varepsilon_1 / |\varphi'(x)| - \varepsilon_\varphi, \text{ где } x \in \left[\varphi^{-1}(y-\varepsilon_1) - \varepsilon_\varphi, \varphi^{-1}(y+\varepsilon_1) + \varepsilon_\varphi\right].$$

Рассмотрим допустимую погрешность в линейном приближении: $\varphi(A_0 \pm (\varepsilon + \varepsilon_\varphi)) \approx \varphi(A_0) \pm \varphi'(A_0) \cdot (\varepsilon + \varepsilon_\varphi)$. По условию

$$\varepsilon_1 \ge |\varphi(A_0 \pm (\varepsilon + \varepsilon_\varphi)) - \varphi(A_0)| \approx |\varphi'(A_0) \cdot (\varepsilon + \varepsilon_\varphi)|.$$

Получаем: $(\varepsilon + \varepsilon_\varphi) \le \varepsilon_1 / |\varphi'(A_0)|$ или $\varepsilon \le \varepsilon_1 / |\varphi'(A_0)| - \varepsilon_\varphi$.

И, наконец, перейдем к вычислению допустимых погрешностей входных сигналов сумматора. Рассмотрим вариант, при котором собственная погрешность сумматора ε_Σ добавляется к его выходному сигналу, и допустимая погрешность выходного сигнала сумматора равняется ε. При обратном распространении точности получаем, что равномерно, пропорционально и приоритетно по выше полученным формулам распределяется погрешность $\varepsilon - \varepsilon_\Sigma$.

Если же собственная погрешность сумматора пропорционально распределяется по его входам, и допустимая погрешность выходного сигнала сумматора равняется ε, то допустимые погрешности для входов сумматора вычисляются следующим образом. Пусть $A_0 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot x_i$ –выходной сигнал сумматора без погрешностей. Тогда $\{A'_0\}$ – выходные сигналы сумматора с учетом собственных погрешностей сумматора ε_Σ^i и погрешностей входных сигналов ε_i:

$$\{A'_0\} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot (x_i \pm \varepsilon_i \pm \varepsilon_\Sigma^i) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot (\pm\varepsilon_i) + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot (\pm\varepsilon_\Sigma^i) =$$

$$= A_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot \varepsilon_i \cdot z_i + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot \varepsilon_\Sigma^i \cdot z_i,$$

где $z_i \in \{-1,1\}$. Для того, чтобы все множество $\{A'_0\}$ попало в интервал $[A_0 - \varepsilon, A_0 + \varepsilon]$ необходимо, чтобы

$$\max \left| \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot \varepsilon_i \cdot z_i + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot \varepsilon_\Sigma^i \cdot z_i \right| = \sum_{i=1}^{n} |\alpha_i| \cdot \varepsilon_i + \sum_{i=1}^{n} |\alpha_i| \cdot \varepsilon_\Sigma^i \le \varepsilon,$$

где максимум берется по всем z_i. Из этого неравенства, предполагая что ε_i равны между собой, получаем требуемую оценку для ε_i:

$$\varepsilon_i \leq (\varepsilon - \varepsilon_{\Sigma}^{i} \cdot \sum_{i=1}^{n} |\alpha_i|) / \sum_{i=1}^{n} |\alpha_i| .$$

Мы получили формулы для вычисления допустимых погрешностей сигналов для любого участка сети с учетом того, что все элементы имеют собственные погрешности, которые вносят свой вклад в погрешность выходного сигнала этих элементов.