

Сибирское отделение  
Российской академии наук

**Отчет**  
по интеграционному проекту СО РАН № 03  
**«Разработка и обоснование модели ГПВРД с МГД-управлением  
газовым потоком в камере сгорания»**

Организации-исполнители: ИВМ СО РАН  
ИТПМ СО РАН  
КрасГУ

Научный руководитель проекта: Член-корреспондент РАН  
В.В.Шайдуров

2002 г.

## Список исполнителей

### От ИВМ СО РАН:

1. Шайдуров В.В. – член-корр. РАН, директор
2. Щепановская Г.И. - к.ф.-м.н., с.н.с.
3. Деревянко В.В. – к.ф.-м.н., м.н.с.
4. Деревянко В.А. - к.ф.-м.н., зав. лаб.
5. Васильев Е.Н. – к.ф.-м.н., с.н.с.
6. Кукушкин С.В. – гл. спец.
7. Малышев А.В. - аспирант

### От ИТПМ СО РАН:

8. Латыпов А.Ф. - к.т.н., зав. сектором
9. Замураев В.П. - к.ф.-м.н., с.н.с.
10. Зудов В.Н. - к.т.н., с.н.с.

### От КрасГУ

11. Сапожников В.А. - к.ф.-м.н., профессор, первый проректор
12. Лазарева Н.Н. - доцент
13. Баженова И.В. – ст.преподаватель
14. Мирау А.Н. - аспирант

## Оглавление

Введение	4
Глава 1. Исследование аэрогазодинамики гиперзвуковых летательных аппаратов	6
Глава 2. Математическое и численное моделирование нестационарного распространения импульса энергии большой мощности в вязком теплопроводном газе	37
Глава 3. Численное моделирование процессов взаимодействия в канале детонационного МГД-генератора с Т-слоем	51
Глава 4. Численное моделирование периодического режима работы ГПВРД с МГД-управлением газовым потоком	60
Глава 5. Энергетические характеристики процесса инициирования токового слоя в потоке газа	68
Глава 6. Численное моделирование газодинамических процессов в экспериментальной установке УТ-2	75
Глава 7. Экспериментальная импульсная установка УТ-2	83
Список публикаций	88

## Введение

В настоящее время в России и за рубежом ведутся активные поисковые исследования по созданию гиперзвуковых воздушно-космических летательных аппаратов. Появление их позволило бы существенно расширить возможности авиации, а также снизить удельную стоимость доставки грузов на околоземную орбиту. Программы создания гиперзвуковых летательных аппаратов, такие как: HOTOL в Великобритании, NASP в США, HERMES во Франции активно развиваются. В 2000 г. были проведены испытания модели самолета Х-43, который должен достичь скорости полета  $M=7$ . Испытание российского гиперзвукового ПВРД конструкции ЦИАМ состоялось еще в ноябре 1991 г. на озере Балхаш, когда была достигнута скорость полета  $M=6$ . В настоящее время в России работами, связанными с проблемой создания гиперзвуковых летательных аппаратов занимаются: ЦАГИ, ЦИАМ, ИВТАН, МАИ, ИПМ, Институт механики МГУ.

Трудности создания гиперзвуковых летательных аппаратов обусловлены прежде всего особенностями работы ПВРД при сверхзвуковых скоростях потока в камере сгорания. Во-первых, при подводе тепла в сверхзвуковой поток существенно увеличиваются относительные потери работоспособности газа. Во-вторых, из-за больших скоростей потока качество смешения газообразного топлива с воздухом на ограниченной длине существенно ухудшается и, следовательно, падает полнота сгорания. Расчетные оценки показывают, что применение ГПВРД по этим причинам, по-видимому, ограничено числами Маха полета не превышающими 10. В тоже время, термодинамические расчеты показывают, что имеется существенный запас по удельным характеристикам топлива. Этот запас частично может быть реализован посредством перестройки структуры потока с использованием МГД-взаимодействия.

В 1996 г. коллектив авторов ИВМ СО РАН, ИТПМ СО РАН и Красноярского Государственного университета разработал концепцию и получил патент Российской Федерации на прямоточный воздушно-реактивный двигатель и способ его работы. Авторами предложено использования МГД-управления газовым потоком в тракте ГПВРД, основанные на создании в потоке локальных плазменных образований (Т-слоев) с температурой  $\sim 10^4$  К, взаимодействующих с внешним магнитным полем. Использование МГД-взаимодействия повышает удельные характеристики двигателя и позволяет попутно получать электрическую энергию на борту самолета. Часть этой энергии расходуется на инициирование Т-слоев, а другая потребляется бортовыми устройствами.

Исследования по интеграционному проекту №3 СО РАН, проведенные совместно тремя организациями в период 2000-2002 гг., были направлены на

изучение возможности создания энергодвигательной установки гиперзвукового летательного аппарата (ГЛА). Поставленная задача требовала комплексного подхода к проблеме. Она включала в себя термодинамический расчет тягово-экономических характеристик ГПВРД, обоснование требований к отдельным элементам ГЛА, разработку принципов управления потоком в камере сгорания ГПВРД и вне аппарата при создании искусственного «теплового коридора», разработку и обоснование модели бортовой энергетической установки (детонационного МГД-генератора).

В отчете представлены результаты разработки физических моделей и математического аппарата для их решения.

## **Глава 1. Исследование аэрогазодинамики гиперзвуковых летательных аппаратов.**

### **1.1. Численное моделирование распространения возмущений в канале при локальном подводе энергии.**

В работе на основе численного решения уравнений Эйлера рассматриваются нестационарные явления, возникающие в объеме газа при мгновенном локальном подводе энергии как в случае сверхзвуковых скоростей газа (течение в канале), так и при развитии начального возмущения в замкнутом объеме (моделирование измерения давления).

Эффекты, связанные с локальным воздействием на сверхзвуковые течения, вызывают определенный интерес. Этот интерес связан с тем, что иногда с помощью относительно небольших затрат энергии или вещества можно изменять структуру течения. В качестве примера можно сослаться на экспериментальную работу (Артемьев В.И., Бергельсон В.И., Немчинов И.В. и др.), в которой показано, что взаимодействие ударной волны с тонким протяженным каналом газа пониженной плотности приводит к кардинальной перестройке газодинамического течения, если этот канал ориентирован под достаточно большим углом к фронту волны. Экспериментально (Третьяков П.К., Гаранин А.Ф., Грачев Г.Н. и др.) найдено, что при использовании мощного импульсного оптического разряда перед обтекаемым сверхзвуковым потоком телом (конусом, сферой) его аэродинамическое сопротивление уменьшается в два раза при увеличении частоты следования импульсов лазерного излучения. Значительное влияние этих воздействий связано с нелинейной природой явлений. Приведенные примеры говорят о возможности использования локальных воздействий для управления сверхзвуковыми течениями.

При решении газодинамических задач существует проблема выделения ударных волн, контактных разрывов, вихрей и других подробностей течения. Подобная же проблема возникает при наличии локальных возмущающих факторов: уступа в стенке, энерговыделения в узкой области и др. Часто имея малые размеры, эта область возмущения тем не менее может оказывать значительное влияние на все поле течения, порождая и ударные волны, и многие явления в сверхзвуковых потоках. Яркими примерами являются результаты указанных работ.

Вместе с тем нередко и область возмущения, и ее влияние на течение не настолько малы, чтобы можно было использовать какие-либо асимптотические разложения. Уравнения газовой динамики приходится решать численно с учетом того, что в некоторой подобласти должна использоваться особенно мелкая сетка. Применение ее для всей области течения может оказаться невозможным из-за слишком большого числа узлов (порядка одного и более миллионов). В настоящей работе используется специально разработанная для такого класса задач методика, которую можно отнести к методам перекрывающихся сеток; ее отличие от существующих

методов состоит в том, что размеры ячеек перекрывающихся сеток могут различаться на два порядка.

В литературе перекрывающиеся сетки широко используются для решения стационарных задач (Kao K.H., Liou M.S., Chow C.Y., Wang Z.J.). Нестационарные задачи решаются с использованием двух- и трехуровневых адаптивных сеток с измельчением шага в  $2 \div 4$  раза (Berger M.J., Colella P., Quirk J.J., Ton V.T.), а также с помощью метода неструктурных сеток (Fursenko A., Sharov D.), в котором число связей данного узла с соседними самое большее удваивается. Однако эти подходы требуют при решении рассматриваемых здесь задач больших затрат памяти. Выходом из положения является введение в отдельных подобластях сеток с резким измельчением шага. Указанные выше подходы не позволяют этого делать из-за появления значительных осцилляций или нефизических волн.

Существо применяемой в работе методики состоит в следующем. Вся область течения, в которой численно решаются уравнения газовой динамики, разбивается на ряд подобластей, последовательно окружающих одна другую. В каждой из них вводится своя прямоугольная сетка с одинаковым направлением сторон ячеек. Во внешней подобласти - самая крупная сетка. При последовательном перемещении из внешней подобласти к внутренней, сетки измельчаются. В самой внутренней, включающей зону энерговыделения, сетка самая мелкая. Введенные сетки не перекрываются.

Шаги при переходе к более мелкой сетке могут уменьшаться значительно, например на порядок. Соответственно во столько же раз изменяется шаг интегрирования по времени. Таким образом, критерий Куранта имеет одно и то же значение для всех подобластей и в каждой из них решение может находиться по одной и той же разностной схеме.

Для связи решений подобласти расширяются в соседние. В подобласти с мелкой сеткой у границы с подобластью с более крупной сеткой вводится два слоя узлов крупной сетки. Значения параметров течения в них на предыдущем временном слое находятся по значениям этих параметров в узлах мелкой сетки для того же момента времени. Это делается с помощью линейной интерполяции. Ввиду малости шага погрешность интерполяции мала. Полученные значения параметров используются в качестве граничных условий для нахождения решения в подобласти с крупной сеткой на новом временном слое.

В свою очередь, мелкая сетка продляется в подобласть крупной сетки на один крупный шаг (при заданном отношении измельчения на  $r$  мелких шагов). В дополнительных узлах мелкой сетки параметры течения насчитываются также путем линейной интерполяции по их значениям в узлах крупной сетки. Полученные значения параметров используются в качестве граничных условий для нахождения решения в подобласти с мелкой сеткой. Применение линейной интерполяции вносит некоторую погрешность в потоки массы, импульса и энергии на границах сеток. Оценки, полученные на гладком решении, показывают, что внесение этой погрешности в разностную схему второго порядка не понижает ее порядка аппроксимации и

приводит лишь к слабому нарушению консервативности метода. Так, в одномерном случае расширение мелкой сетки в подобласть крупной приводит к погрешности в массе, равной

$$\Delta M_1 = \left( \sum_{i=1}^r \rho_i / r - \rho_m \right) \Delta x_1 = (\rho_{m-1} - 2\rho_m + \rho_{m+1}) \Delta x_1 / 8 \approx (\partial^2 \rho / \partial x^2)_m \Delta x_1^3 / 8,$$

где  $\rho_i$  – значения плотности газа в дополнительных узлах мелкой сетки, а  $\rho_m$  – плотность в узле крупной сетки, ближайшем к подобласти мелкой сетки, т. е. эта погрешность третьего порядка малости.

Соответствующая локальная погрешность на мелкой сетке также третьего порядка малости. На  $i$ -м мелком шаге ( $i \leq r/2$ ) масса изменяется на

$$\Delta M_2 = (\rho_{m-1} + (\rho_m - \rho_{m-1}) / \Delta x_1 \cdot (x_i - x_{m-1}) - \rho_i) \Delta x_2, \quad |\Delta M_2| < |(\partial^2 \rho / \partial x^2)_m| \Delta x_2 \Delta x_1^2 / 8.$$

Такой же порядок имеет погрешность и в плотности потоков импульса и энергии. Аналогичный результат получается при продлении крупной сетки в подобласть мелкой.

Оценки показывают, что этот вывод остается в силе и в двумерном случае. Погрешность в массе определяется выражением

$$\Delta M_1 = \left( \sum_{i,j=1}^r \rho_{ij} / r^2 - \rho_{mk} \right) \Delta x_1 \Delta y_1 \approx ((\partial^2 \rho / \partial x^2)_{mk} \Delta x_1^2 + (\partial^2 \rho / \partial y^2)_{mk} \Delta y_1^2) \Delta x_1 \Delta y_1 / 8$$

где индексы  $m$  и  $k$  определяют приграничную ячейку крупной сетки.

Далее, по одной и той же разностной схеме, любой, использующей гидродинамические потоки, проводится расчет на новом временном слое в каждой из подобластей независимо. Причем в подобласти с крупной сеткой делается только один временной шаг  $\Delta t$ , в подобласти же мелкой сетки совершается  $r$  шагов, каждый из которых равен  $\Delta t/r$ . Число узлов в каждой расширенной подобласти, в которых насчитываются новые значения параметров, сокращается со стороны другой подобласти. Эту процедуру иллюстрирует рис. 1.1, на котором нанесена сетка для одномерного случая ( $\times$  – узлы крупной сетки,  $\circ$  – узлы мелкой сетки, вертикальная сплошная линия – граница между сетками) и показано изменение мелкой сетки при расчете параметров течения на  $t_{n+1}$  –м временном слое по известным значениям на  $t_n$  – слое.

В результате на новом временном слое параметры течения становятся известными во всех узлах подобластей без расширения. Подобная процедура не порождает осцилляций и нефизических волн. По существу, она представляет собой метод гладкой сшивки решений на каждом временном слое в подобластях с различными сетками.

Проведенные ранее тестовые испытания показали эффективность данной численной методики.

Данная методика применима для решения не только уравнений газовой динамики, но и для решения любых уравнений и систем уравнений гиперболического типа.



$d_1 = 0,025 \ll l_2 - l_1 = 0,25$ ). Внутри области возмущения распространяются волны разрежения.

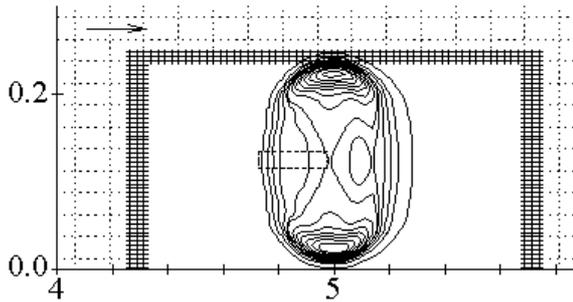


Рис. 1.2.

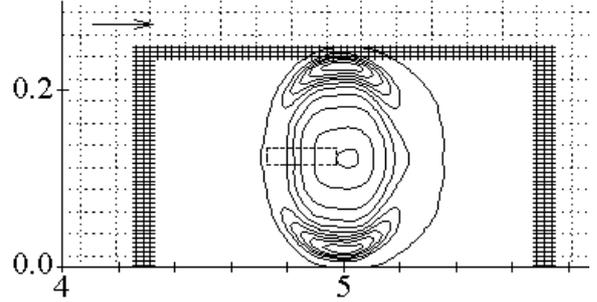


Рис. 1.3.

На рис. 1.2 показан момент времени, когда волны разрежения, распространяющиеся вверх и вниз по потоку навстречу друг другу, взаимодействуют. Значительный отток массы из центральной части области возмущения приводит к резкому уменьшению плотности газа. Это видно из рис. 1.3, на котором нанесены уровни плотности 0,15, 0,25 и далее через интервал 0,25 до 2,25 (приведенные выше пояснения к рис. 1.2 относятся также и к рис. 1.3, 1.4 и 1.6).

Скорость потока в центральной части области возмущения падает. При заданном энерговыведении поток становится даже дозвуковым. На рис. 1.4 приведены изолинии числа Маха с шагом 0,25 от значения, равного 1,00, до 3,00 и далее с шагом 0,50 до 5,00. Точка на рисунке соответствует локальному значению числа Маха  $M = 0,954$ .

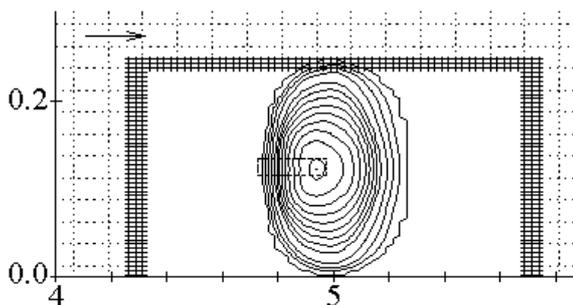


Рис. 1.4.

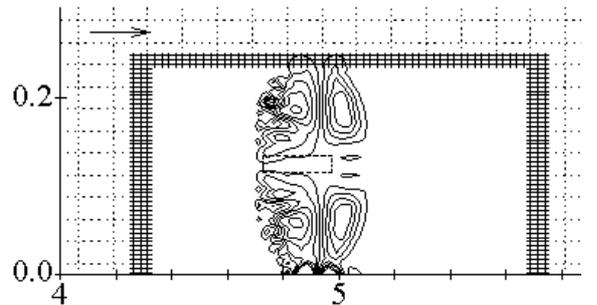


Рис. 1.5.

На рис. 1.5 нанесены линии постоянной завихренности для значений от -18 до +18 через интервал 4. Вверх по потоку выше зоны энерговыведения она имеет отрицательные значения, а вниз по потоку (в правой части области) – положительные; ниже зоны энерговыведения, наоборот, слева (вверх по потоку) положительные значения, а справа – отрицательные. Таким образом, в зоне возмущенного потока развивается значительная завихренность.

Стрелки на рис. 1.6 дают в соответствующих точках направление скорости газа и ее величину в некотором масштабе. В подобласти мелкой сетки скорости приводятся не во всех узлах

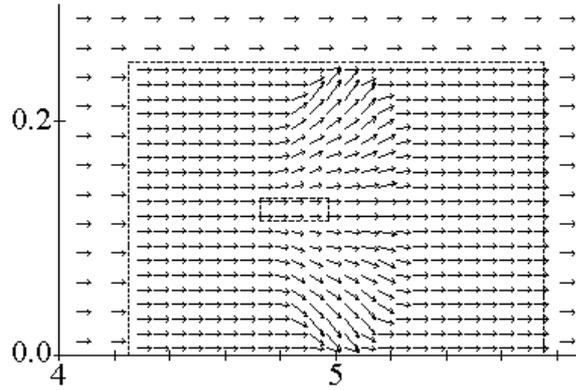


Рис. 1.6.

Дальнейшее развитие возмущения иллюстрируют рис. 1.7 – 1.11. На рис. 1.7 показано распределение давления в момент времени  $t = 0,07$ : приведены уровни давления для значений от 1 до 4,5 через интервал 0,5. Ударная волна, распространяющаяся к верхней стенке канала, перешла в подобласть крупной сетки. Давление в волне достигает  $\sim 3$ . От нижней стенки произошло отражение ударной волны. Отраженная волна криволинейная. Наибольшая интенсивность ее достигается на тех участках фронта волны, где она, распространяясь в сторону верхней стенки канала, одновременно распространяется вверх и вниз по потоку. На этих участках фронта давление за волной равно  $\sim 4$  и  $\sim 4,5$  соответственно. Между ними распространяется волна разрежения, которая отражается от стенки канала. Минимальное давление в волне разрежения меньше 2,5, и оно ниже, чем непосредственно у стенки. Наблюдается эффект, сходный с тем, какой имеет место при отражении центрированной волны разрежения от стенки в плоском одномерном нестационарном случае. Когда формируется простая отраженная волна разрежения, давление в ней становится ниже, чем у стенки. Здесь этот эффект осложнен двумерностью задачи; связан он с конечностью размеров области энерговыведения.

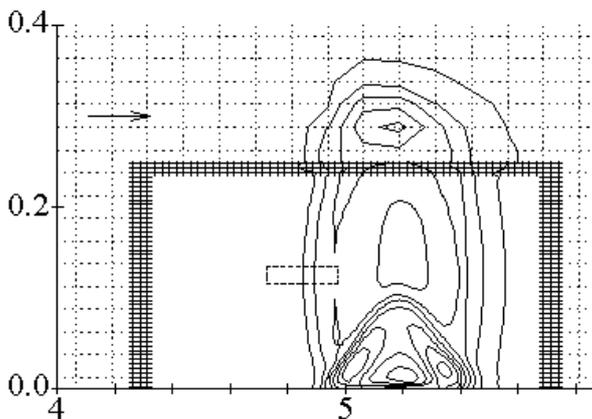


Рис. 1.7.

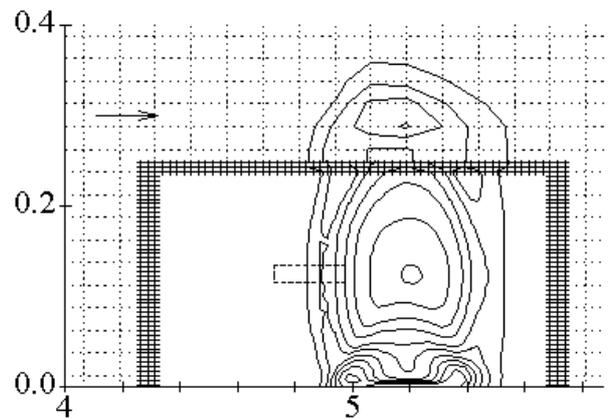


Рис. 1.8.

В центральной части области возмущения давление также относительно ниже (оно меньше 1,5). Это связано с разлетом газа. В целом же градиенты давления по линии, проходящей через эту часть области возмущения вдоль канала, невелики. А плотность газа, как видно из рис. 1.8 (на нем приведены уровни плотности для значений  $\rho$  от 0,25 до 2,25 через интервал 0,25 и для значения  $\rho = 0,1$ ), здесь сильно упала, до  $\sim 0,1$  (более чем в 10 раз по сравнению с невозмущенным значением). Наблюдается некоторая аналогия с сильным взрывом.

К рассматриваемому моменту времени течение в канале уже всюду сверхзвуковое. Минимальное значение числа Маха около 1,25. Завихренность потока остается значительной, а в нижней части канала она даже увеличилась. Это можно видеть из рис. 1.9, на котором приведены кривые постоянной завихренности для значений  $-24, -20, \pm 16, \pm 12, \pm 8, \pm 6, \pm 4, \pm 2$ .

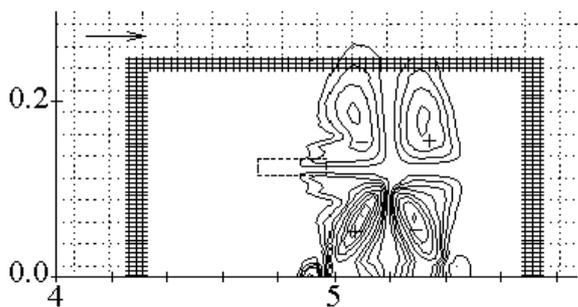


Рис. 1.9.

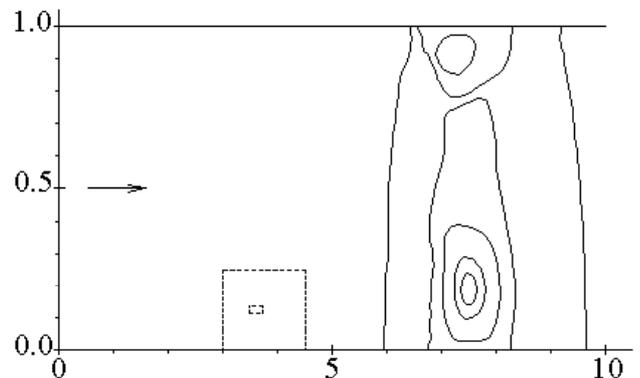


Рис. 1.10.

В последующем происходит отражение ударной волны от верхней стенки. Образующаяся отраженная ударная волна распространяется вверх и вниз по потоку и к нижней стенке (причем волна, распространяющаяся вниз по потоку, более сильная). За ударной волной наблюдается возникновение зоны пониженных давления и плотности (происходит разлет газа). Эти эффект можно видеть на рис. 1.10, на котором приведены изохоры для варианта, близкого к основному (отличие только в том, что зона энерговыделения расположена несколько ближе к началу канала). Результаты рис. 1.10 получены для момента времени  $t = 0,8$ . Изохоры приведены для значений плотности  $\rho$  от 0,5 до 1,25 через интервал 0,25 и для  $\rho = 0,4$ . В нижней части возмущенной области, как видно из рисунка, имеется зона пониженной плотности. Это след от разлета газа непосредственно после энерговыделения. Плотность газа на расстоянии от нижней стенки, приблизительно определяемом положением зоны энерговыделения, еще в несколько раз меньше начального значения.

Локальное число Маха в области возмущенного течения возрастает, но все же заметно меньше невозмущенного значения. Его минимальное значение равно  $\sim 3,5$  при  $t = 0,8$ . Завихренность в области отражения возмущения от верхней стенки еще значительна. Однако размеры области

возмущения, в целом, существенно возрастают и уровень завихренности потока падает. Периодический характер энергоподвода должен поддерживать значительный уровень завихренности (Zamirgaev V.P.). К моменту времени  $t = 0,8$  область возмущения начинается выноситься из канала.

Распределения параметров при энерговыделении внутри канала и у стенки резко отличаются. Это можно видеть, если сравнить распределения давления в двух вариантах, различающихся положением зоны энерговыделения: в основном (для момента времени  $t = 0,03$  на рис. 1.2 и для  $t = 0,07$  на рис. 1.7) и на рис. 1.11 при энергоподводе у стенки (момент времени  $t = 0,03$ ). Расчеты последнего варианта выполнены при пространственном шаге крупной сетки, вдвое большем, чем в основном варианте, а шаги мелкой сетки одинаковы. На рис. 1.11 изобары нанесены для значений давления  $p$  от 1 до 5 через интервал  $\Delta p = 0,5$  и далее до 8 через  $\Delta p = 1$ , а также для  $p = 8,75$  в ударной волне, распространяющейся к верхней стенке, и для  $p = 3,85$  в волне разрежения вблизи нижней стенки. При энерговыделении внутри канала возникающая ударная волна отражается от нижней стенки, в результате чего увеличивается завихренность потока.

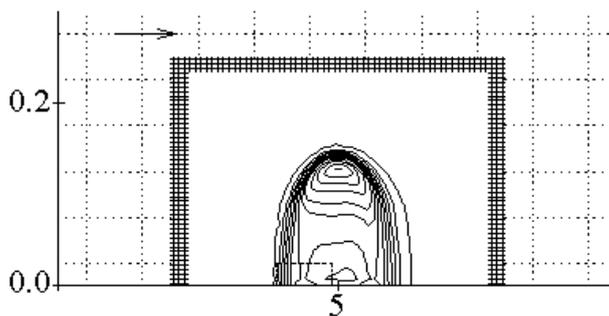


Рис. 1.11.

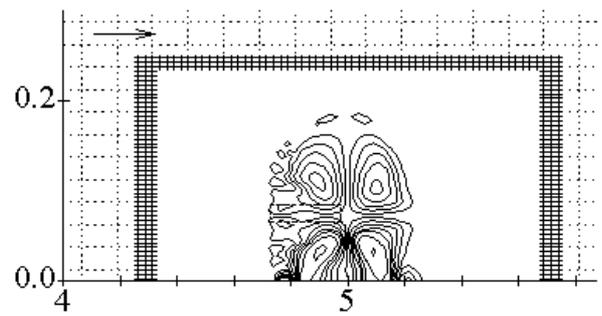


Рис. 1.12.

Указанный эффект (увеличение завихренности) может быть значительным, если зона энерговыделения расположена не слишком далеко от нижней стенки. На рис.1.12 приведены уровни завихренности для варианта, отличающегося от основного только тем, что зона энерговыделения расположена ближе к нижней стенке:  $d_1 = 0,060$ ,  $d_2 = 0,085$ . Завихренность вблизи стенки в два с лишним раза выше, чем в основном варианте (на рисунке приведены уровни завихренности  $\pm 42$ ,  $\pm 26$ , далее от  $\pm 18$  до  $\pm 2$  через интервал, равный четырем, для момента времени  $t = 0,03$ ). Такая завихренность создается из-за отражения от нижней стенки еще достаточно сильной ударной волны, распространяющейся от зоны энерговыделения. Это иллюстрируют рис. 1.13 и 1.14, на которых нанесены изобары для значений давления  $p$  от 1 с шагом 0,5 до 7 и далее с шагом 1 до 11, а также для  $p = 2,85$  на рис. 1.13 ( $t = 0,03$ ) и для давлений от 1 с шагом 0,5 до 5 на рис. 1.14 ( $t = 0,05$ ).

Ударная волна, распространяющаяся от зоны подвода энергии, достигнув нижней стенки и отразившись от нее, начинает догонять ударную волну, распространяющуюся вверх от зоны энергоподвода; за первой из

перечисленных ударных волн распространяется волна разрежения. Более высокий уровень завихренности потока (в два раза выше, чем в предыдущем варианте) связан со значительным искривлением ударных волн.

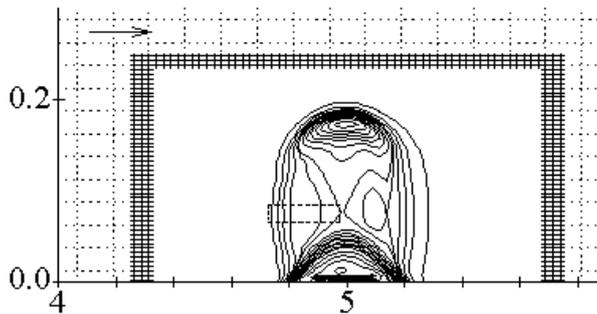


Рис. 1.13.

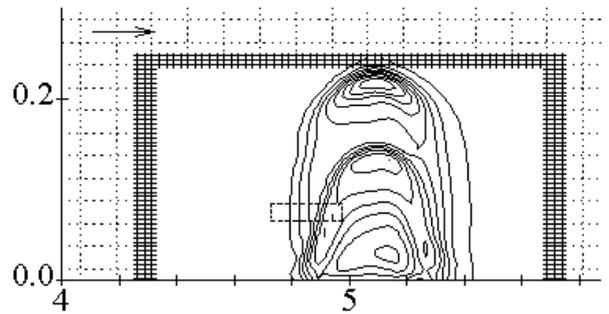


Рис. 1.14.

На завихренность потока влияет не только расположение зоны энерговыделения (ближе или дальше от стенки), но также конфигурация этой зоны. Проведен расчет, когда зона энерговыделения, имея ту же площадь, несколько вытянута поперек канала. В этом случае ударная волна, распространяющаяся от зоны энерговыделения, оказалась более сильной, чем в основном варианте на рис.1.2 (давление за ней в два с лишним раза выше): подвод энергии в более широкой области является хорошим препятствием для потока. Тем не менее завихренность потока за ударной волной оказалась не выше, а немного ниже, поскольку кривизна ударной волны на ряде участков меньше. Таким образом, выделение энергии в вытянутой по каналу узкой зоне, расположенной недалеко от его стенки, приводит к тому, что в сверхзвуковом потоке возникает область значительной завихренности.

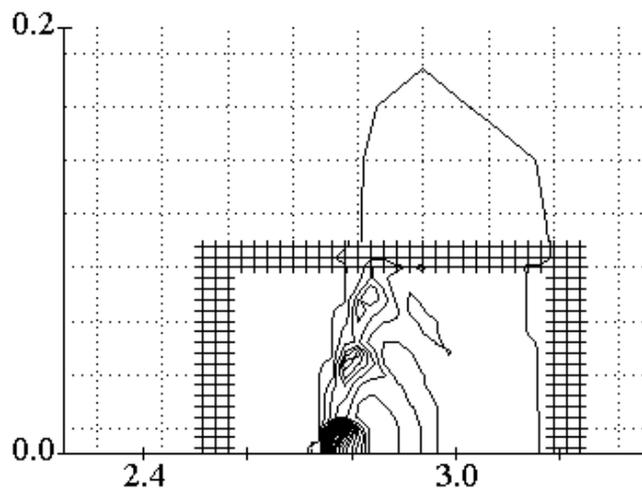


Рис. 1.15.

В работе проведены также расчеты для случая периодического локального энерговыделения. Параметры течения на входе в канал и размеры канала следующие:  $p = 1$ ,  $\rho = 1$ ,  $u = 2$ ,  $l = 10$ . Зона энерговыделения расположена у нижней стенки: ее размеры в продольном и поперечном направлениях

составляют полпроцента соответственно от длины и ширины канала. Из-за очень маленьких размеров этой зоны сетка измельчалась в 50 раз. Через промежуток времени 0.02 давление в зоне энерговыделения полагалось равным 10.

Таким образом моделировался периодический подвод энергии к потоку. На рис. 1.15 приведено поле давления для момента времени  $t = 0,1036$  (мелкая сетка изображена условно). Изобары нанесены для значений давления  $p$  от 1 до 10 с шагом 0,25. Из рисунка видно, что зоны повышенного давления, соответствующие более раннему энерговыделению, постепенно перемещаясь, размываются, давление в них падает, а в подобласти крупной сетки возмущение уже слабое. Завихренность потока при таком подводе энергии значительная.

В работе рассмотрено течение, возникающее при импульсном подводе энергии в объеме, представляющем плоскую камеру прямоугольной формы с примыкающим узким каналом. С помощью этой задачи исследуется вопрос о соответствии измеряемого давления истинному давлению в объеме при быстро протекающих процессах. Для измерения давления в форкамере импульсных аэродинамических труб, в камере сгорания ПВРД или в других подобных аэродинамических трактах датчики давления обычно размещаются в торце узкого канала, примыкающего к тестируемому объему. При этом давление существенно зависит от длины используемого канала. В данной работе это исследование проводится для коротких каналов в рамках уравнений Эйлера.

Основные результаты получены для значений параметров:  $p = 1$ ,  $\rho = 1$ ,  $u = v = 0$  (в начальный момент времени);  $l = 2$  – длина камеры;  $l_1 = 1,10$ ,  $l_2 = 1,15$ ,  $d_1 = 0,05$ ,  $d_2 = 0,10$  (положение и размеры зоны подвода энергии), начальное давление в зоне энерговыделения полагалось равным  $p = 100$ , 1000, 10000;  $d = 0,2$  – длина узкого канала, примыкающего к камере при  $1,175 \leq x \leq 1,225$ ,  $y = 0$ . Кроме того, расчеты проводились при смещенном положении узкого канала относительно зоны энерговыделения и различных положениях и размерах указанной зоны.

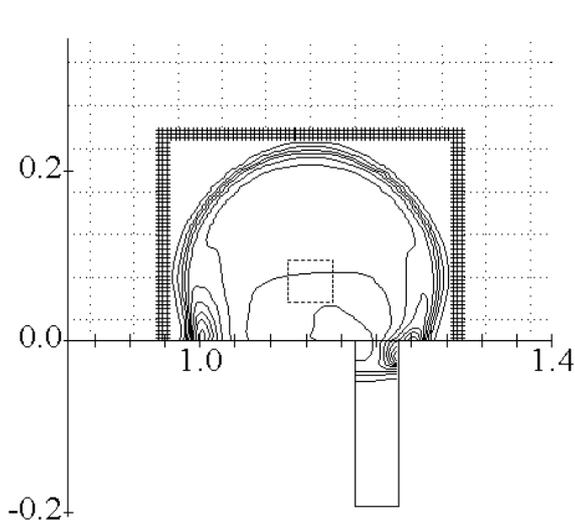


Рис. 1.16.

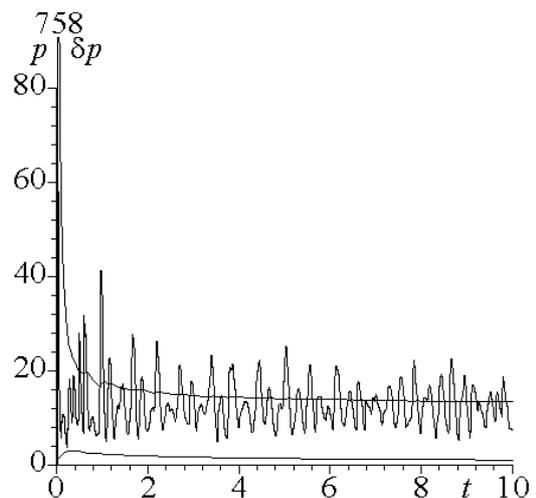


Рис. 1.17.

На рис. 1.16 представлено распределение давления в камере в момент времени  $t = 0,012$  (начальное давление в зоне подвода энергии  $p = 1000$ , положение узкого канала смещенное). Изобары  $p = 2, 10$  и далее через интервал 10 до 90 дают представление о системе ударных волн, волн сжатия и других явлениях, возникающих при мгновенном локальном подводе энергии, и при отражении скачков уплотнения от стенки камеры и входе их в узкий канал.

На рис. 1.17 показано изменение со временем мгновенного давления на дно узкого канала и давления, полученного усреднением по времени, а также относительная флуктуация давления (начальное давление в зоне подвода энергии  $p = 10000$ , положение узкого канала симметричное). Колебательный характер изменения мгновенного давления качественно соответствует эксперименту (Звегинцев В.И.). Устанавливающееся среднее по времени давление на дно канала (верхняя гладкая кривая на рис. 1.17) превышает среднее по объему давление. Этот результат – проявление эффекта аномального аэродинамического нагрева – подтверждает рис. 1.18, на котором (для условий рис. 1.17) приведены среднее по объему давление  $\langle p \rangle$  (кривая 1) и давление  $\bar{p}$ , полученное осреднением по времени для различных точек области (кривые 2÷8). В то время как в камере давление более или менее выровнялось, давление в узком канале и прилегающей к нему области камеры в среднем выше и его относительная флуктуация (нижняя гладкая кривая на рис. 1.17) значительна.

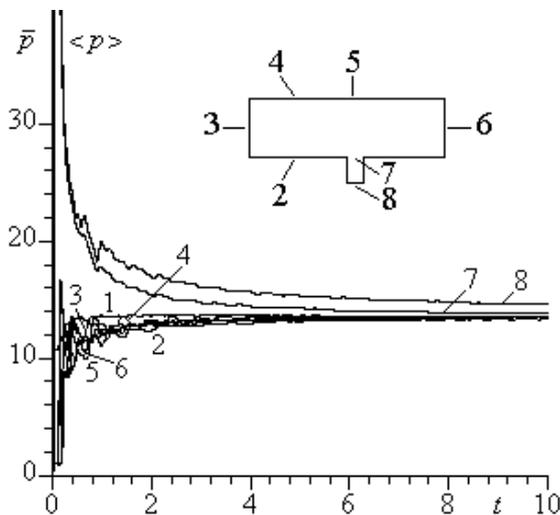


Рис. 1.18.

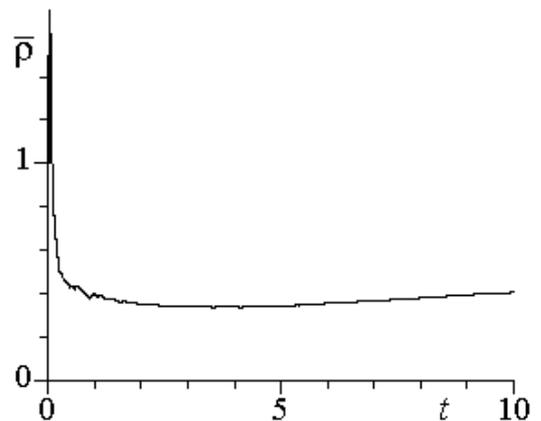


Рис. 1.19.

Если дисперсия давления и плотности энергии газа в камере относительно невелика (около 1 %), то дисперсия плотности газа  $\rho$  в течение длительного времени весьма значительна (20÷40 %). В момент времени  $t = 10$  (при начальном давлении в зоне энерговыделения  $p = 10000$ ) локальное давление в области течения изменяется приблизительно в два раза, а локальная плотность – более чем в три раза.

Отмеченное выше превышение осредненного давления у дна канала над средним давлением в объеме связано с эффектом аномального аэродинамического нагрева. На рис. 1.19 показана зависимость осредненной по времени плотности газа возле дна узкого канала. Видно, что эта плотность ~ в 2,5 раза меньше, чем средняя плотность по всему объему. Это означает, что температура газа возле дна канала в 2,5 раза превышает среднюю температуру газа в объеме. Проявление эффекта аномального аэродинамического нагрева существенно зависит от теплопроводности газа и материала стенок канала. Эта задача должна решаться в рамках уравнений Навье – Стокса с учетом теплообмена со стенками. Для случая теплоизолированной стенки результаты будут мало отличаться от результатов данной работы.

В работе продемонстрирована эффективность предложенной методики для решения сложных газодинамических задач (при значительном импульсном подводе энергии, для достаточно сложной геометрии).

## **1.2. Оценка энергетической эффективности подвода тепла перед телом в сверхзвуковом потоке газа**

Многочисленные экспериментальные исследования аэродинамических характеристик гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) свидетельствуют о том, что их максимальное аэродинамическое качество в гиперзвуковом диапазоне скоростей составляет около  $K_{\max} \approx 4$ . Это значение не удаётся увеличить посредством аэродинамического конструирования конфигураций ГЛА. Поэтому в настоящее время значительное внимание уделяется решению задачи активного управления обтеканием тел посредством энергетического и силового воздействия на набегающий поток, в частности, посредством подвода тепла перед телом в сверхзвуковом потоке. Для технической реализации предполагается использование лазерного и СВЧ-излучения, электрического разряда. Эффект уменьшения аэродинамического сопротивления связывается, главным образом, с уменьшением плотности газа в набегающем потоке, что подтверждается расчетами и непосредственными измерениями. Дополнительные эффекты возможны из-за изменения режима обтекания вследствие уменьшения числа Маха, изменения числа Рейнольдса, ионизации потока.

Традиционно эффективность подвода тепла в установившемся полете оценивается величиной

$$\eta = \frac{A_0 - A}{Q}, \quad (1.1)$$

где  $A_0$  - исходная мощность силы тяги,  $A$  - мощность силы тяги при тепловом воздействии,  $Q$  - мощность теплоподвода. В этом показателе эффективности не учитывается полный энергетический баланс и функциональное назначение

летательного аппарата. В данной работе эффективность оценивается с учётом этих факторов.

**Математическая модель.** Предполагается, что подвод тепла в набегающем потоке осуществляется при постоянных значениях давления и скорости, так что реализуется бесконечный тепловой след со следующими параметрами перед телом:

$$P = P_{\infty}, \quad V = V_{\infty}, \quad \frac{T_{\infty}}{T} = \frac{\rho}{\rho_{\infty}} = \frac{F_{\infty}}{F_0} = \varepsilon.$$

Здесь  $P$  – давление;  $V$  – скорость;  $T$  – температура;  $F$  – сечение следа;  $\rho$  – плотность;  $F_0$  – мидель летательного аппарата (ЛА); индекс " $\infty$ " соответствует параметрам газа на бесконечности;  $\varepsilon$  – задаваемый параметр.

Тепловая мощность следа  $Q = \rho_{\infty} V_{\infty} F_0 c_p T_{\infty} (1 - \varepsilon)$ ,  $c_p$  – теплоемкость воздуха при постоянном давлении. Предполагается также, что полет ЛА, обладающего подъемной силой, происходит в режиме глиссирования: подъемная сила  $Y$  в основном создается нижней поверхностью ЛА, обтекаемой невозмущенным потоком воздуха:

$$Y_0 = c_y^0 q_{\infty}^0 S.$$

Здесь  $c_y^0$  – исходный коэффициент подъемной силы;  $q_{\infty}^0 = \rho_{\infty} V_{\infty}^2 / 2$  – скоростной напор;  $S$  – площадь в плане ЛА.

Приближенно аэродинамическое сопротивление представим в виде суммы двух слагаемых: 1) продольная составляющая нормальной силы, действующей на нижнюю поверхность:  $X_1 = c_{x1}^0 q_{\infty}^0 S$ ; 2) сопротивление тела, находящегося в тепловом следе:  $X_2 = c_{x2}^0 q_{\infty}^0 S$ ,  $q_{\infty}^0 = \varepsilon q_{\infty}^0$ . В сверхзвуковом диапазоне скоростей при малых углах атаки  $\alpha$  справедливо соотношение  $c_{x1}^0 = c_y^0 \alpha$ ; для второго слагаемого положим  $c_{x2} = c_{x2}^0 \xi$ , где  $\xi$  – коэффициент, учитывающий изменение коэффициента сопротивления вследствие указанного выше возможного изменения режима обтекания. Тогда

$$X = (c_{x1}^0 q_{\infty}^0 + \xi c_{x2}^0 q_{\infty}^0) S.$$

При сделанных предположениях о составляющих аэродинамического сопротивления для исходного режима получим

$$\bar{c}_{x2}^0 = \frac{c_{x2}^0}{c_x^0} = 1 - \alpha_A K_0,$$

где  $c_x^0 = c_{x1}^0 + c_{x2}^0$ ,  $K_0$  – аэродинамическое качество в исходном режиме. При тепловом воздействии для относительного аэродинамического качества получим оценку

$$1/\bar{K} = K_0/K = 1 - (1 - \varepsilon \xi) \bar{c}_{x2}^0.$$

Эффективность подвода тепла, оцениваемую выражением (1.1), можно представить в виде

$$\eta = (k - 1) c_x^0 M_{\infty}^{02} / 2, \quad k - \text{показатель адиабаты.}$$

В этом выражении не учитываются существенные параметры процесса: степень нагрева газа, несущие свойства ЛА, характеристики двигателя,

эффективность преобразования энергии топлива в энергию излучения. Неясна также возможность применения показателя эффективности  $\eta$  при неограниченном возрастании числа Маха полета.

**Крейсерский режим полета самолета.** Уравнения движения в крейсерском режиме полета имеют вид:

$$\begin{aligned} L &= V_{\infty}, \\ \dot{m} &= -\frac{R}{I} - \frac{Q}{\eta_Q Hu}, \\ R &= \frac{X_0}{K}, \\ mg &= Y_0, \end{aligned}$$

где  $L$  - дальность полета;  $R$  - тяга двигателя;  $m$  - масса самолета;  $I$  - удельный импульс двигателя;  $Hu$  - калорийность топлива;  $\eta_Q$  - коэффициент преобразования энергии топлива в энергию, поглощенную воздухом. Для дальности полета получим выражение

$$\begin{aligned} L &= -\eta_L Br \ln(1 - g_T), \\ Br &= \frac{V_{\infty} K_0 I}{g}, \\ \frac{1}{\eta_L} &= \frac{RV_{\infty} + Q/\eta_Q}{R_0 V_{\infty}} = \frac{1}{K} + \frac{1 - \varepsilon}{\eta_Q} \frac{\bar{F}_0}{c_x^0 (k-1) M_{\infty}^0 / 2} \frac{I a_{\infty}}{Hu}, \\ \frac{1}{K} &= 1 - (1 - \varepsilon \xi) \bar{c}_{x2}^0. \end{aligned}$$

Здесь  $Br$  - коэффициент Бреге для исходного режима полета;  $a_{\infty}$  - скорость звука в набегающем потоке на бесконечности;  $\eta_L$  - коэффициент увеличения дальности полета вследствие теплового воздействия на набегающий поток, равный отношению исходной мощности двигателя к сумме мощности двигателя при воздействии на поток и энергии топлива, затраченной на создание поглощенного излучения  $Q$ . Важной характеристикой является также отношение затрат топлива на создание энергии излучения  $g_{TQ}$  к затратам топлива на создание тяги  $g_{TR}$ :

$$z = \frac{g_{TQ}}{g_{TR}} = \frac{1 - \varepsilon}{\eta_Q} \frac{\bar{F}_0 K}{(k-1)c_x^0 M_{\infty}^0 / 2} \frac{I a_{\infty}}{Hu}.$$

**Оценки.** Для выполнения оценок используются следующие исходные значения параметров, характерные для ГЛА с прямоточным воздушно-реактивным двигателем на водороде:  $K_0 = 4$ ;  $\alpha_A = 2 \div 3^\circ$ ;  $c_Y^0 = 0.1$ ;  $\xi = 1$ ;  $\beta = Hu/Ia_{\infty} \approx 10$ . Параметр  $\eta_Q$  принят равным  $\eta_Q = 0.2$ , т.к. при меньших значениях рассматриваемый метод управления обтеканием мало эффективен. Получим  $\bar{c}_{x2}^0 = 0.8$ . Ниже приведены значения аэродинамического качества в зависимости от степени подогрева воздуха  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = 0.1 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.4$$

$$\frac{1}{\bar{K}} = 0.28 \quad 0.36 \quad 0.44 \quad 0.52$$

Эти результаты близки к данным работы [2]. При  $\varepsilon = 0.4$  и  $M_\infty^0 = 10; 15$   $\eta_L = 1.22; 1.39$ . При  $M_\infty^0 = 10$   $z \approx 0.4$ , что свидетельствует о значительных затратах энергии на управление потоком.

Из условия  $\eta_L = 1$  определяется минимальное число Маха, начиная с которого целесообразно нагревать набегающий поток:

$$M_{\infty min}^0 = \frac{\bar{F}_0}{(k-1)c_x^0 \eta_Q / 2} \frac{Ia_\infty}{Hu}.$$

Для условий проведения оценок имеем  $M_{\infty min}^0 \cong 6$ .

**Предельные соотношения.** При  $\varepsilon \rightarrow 0$  получим

$$\bar{K} \rightarrow \frac{1}{\alpha K_0}, \quad z \rightarrow \frac{\bar{F}_0 \bar{K}}{\eta_Q \beta (k-1)c_x^0 M_\infty^0 / 2}, \quad \eta_L \rightarrow \frac{\bar{K}}{1+z}.$$

При  $M_\infty^0 \rightarrow \infty$  соответственно имеем  $z \rightarrow 0$ ,  $\eta_L \rightarrow \bar{K}$ , т.е. с увеличением скорости полета эффективность управления увеличивается, при этом доля энергии, расходуемой на управление, уменьшается.

**Дальность полета снарядообразного тела на активном участке.**

Уравнения движения имеют вид:

$$L = V_\infty t,$$

$$\dot{m} = -\frac{R}{I} - \frac{Q}{\eta_Q Hu},$$

$$R = X.$$

Относительная дальность полета  $\bar{L} = L/L_0$  определяется соотношениями

$$\bar{L} = \eta_L \left(1 - \frac{\Delta \bar{m}_k}{g_T}\right),$$

$$\frac{1}{\eta_L} = \frac{RV_\infty + Q/\eta_Q}{R_0 V_\infty} = \varepsilon \xi + \frac{1-\varepsilon}{\eta_Q} \frac{1}{c_x^0 (k-1) M_\infty^0 / 2} \frac{Ia_\infty}{Hu}.$$

Здесь  $g_T$  - исходный относительный запас топлива в аппарате;  $\Delta \bar{m}_k$  - относительная масса конструкции источника энергии.

Для рассматриваемого варианта минимальное число Маха, начиная с которого целесообразно нагревать набегающий поток, определяется из выражения

$$M_{\infty min}^0 = \frac{1}{(k-1)c_x^0 \eta_Q / 2} \frac{Ia_\infty}{Hu}.$$

**Оценки.** Для выполнения оценок используются следующие исходные

значения параметров:  $c_x^0 = 0,3$ ;  $\eta_Q = 0,2$ ;  $\beta = 30$ ;  $\varepsilon = 0,4$ ;  $\xi = 1$ . В расчетах получено

$M_{\infty min}^0 = 2,8$ ; коэффициент увеличения дальности  $\eta_L = 1.22$  при  $M_\infty^0 = 4.0$ .

**Полет с ускорением.** Уравнения движения центра масс ЛА типа воздушно–космического самолета в плоском случае имеют вид:

$$\frac{V^0}{g} \dot{w} = \frac{R}{mg} - \frac{1}{K} \frac{Y}{mg} - \sin \theta = n_V,$$

$$m = -\frac{R}{I} - \frac{Q}{\eta_Q Hu},$$

$$\frac{Y}{mg} = \cos \theta (1 - w^2),$$

где  $r_e$  – радиус земли,  $V^0 = \sqrt{g r_e}$  – орбитальная скорость,  $w = V/V^0$  – относительная скорость ЛА,  $\theta$  – угол наклона траектории ЛА,  $n_V$  – относительное продольное ускорение. Относительный расход топлива на единицу приращения относительной скорости равен

$$\frac{1}{\bar{m}} \frac{dg_T}{dw} = \frac{V^0}{I} \left[ 1 + \frac{1}{Kn_V} \cos \theta (1 - w^2) + \sin \theta \right] +$$

$$\frac{2\bar{F}_0 c_p T_\infty (1 - \varepsilon)}{\eta_Q Hu} \frac{q_\infty}{m_0 g / S} \frac{1}{n_V \bar{m} w},$$

где  $\bar{m} = m/m_0$ ,  $m_0, m$  – начальная и в момент времени  $t$  массы ЛА,  $g_T = 1 - \bar{m}$ .

**Оценки.** Для примера выполним оценку относительного расхода топлива при следующих значениях параметров:  $M_\infty^0 = 10$ ;  $q_\infty^0 = 0,5$  бар;  $n_V = 0,5$ ;

$$K_0 = 3,5; \varepsilon = 0,4; \bar{K} = 2; I = 1,5 \cdot 10^4 [\text{М} / \text{с}]; \bar{F}_0 = 0,1; \frac{q_\infty^0}{m_0 g / S} = 10; \eta_Q = 0,2.$$

В результате получим оценку

$$\left( \frac{1}{\bar{m}} \frac{dg_T}{dw} \right)_Q \approx \frac{3}{4} \left( \frac{1}{\bar{m}} \frac{dg_T}{dw} \right)_0,$$

где индексами  $Q$  и  $0$  обозначены значения величин соответственно с управлением и без управления обтеканием. Численно получено, что затраты топлива на траектории выведения воздушно-космического самолета на околоземную орбиту с высотой 200 км при тепловом воздействии на набегающий поток в диапазоне чисел Маха  $M_\infty = 6 \div 17$  могут быть уменьшены примерно на 3%.

### 1.3. Математические модели течений в плоском воздухозаборнике и камере сгорания ГПВРД

Разработано развитие метода Годунова для расчета двумерных нестационарных течений, основанное на TVD и ENO схемах. Разработанная методика использована для решений уравнений Эйлера. В отличие от традиционного метода Годунова использована аппроксимация 2-3 порядка точности по времени и 2-4 порядка – по пространственным переменным. По разработанной численной схеме составлена программа для расчета течений в воздухозаборниках и соплах.

Исследованы нерасчетные режимы течений в плоском трехскачковом воздухозаборнике: получено влияние числа Маха набегающего потока ( $M=3-6$ ) на расходные и силовые характеристики; определены коэффициент расхода, среднее число Маха и полное давление во всех расчетных сечениях воздухозаборника; прослежена эволюция структуры ударных волн, возникающих в воздухозаборнике и примыкающем канале, и этапы формирования выбитой ударной волны при уменьшении числа Маха набегающего потока.

Разработана квазиодномерная математическая модель камеры сгорания ГПВРД. Для численного моделирования квазиодномерных течений с конечными скоростями химических реакций по разработанной методике был создан и отлажен пакет программ. Для решения исходной системы уравнений использована неявная разностная схема. Созданный пакет программ позволяет вести расчеты высокотемпературных течений в каналах с достаточным набором химических реакций. Для проведения расчетов создана термодинамическая база данных. Кинетическая база данных содержит сведения о механизме окисления водорода, метана, ацетилена и некоторых других топлив. Были исследованы процессы воспламенения и горения в расширяющемся канале. Выявлено влияние температуры, давления и скорости потока на входе в канал на длину воспламенения различных топлив (водорода, этанов). Показано сильное влияние температуры и давления на длину воспламенения. Найдена температура воспламенения в зависимости от различных параметров. Полученные значения температуры воспламенения совпадают с известными экспериментальными данными.

#### **1.4. Газодинамическая структура следа за импульсно-периодическим энергоисточником.**

Ниже приводятся результаты проведенных расчетов обтекания сверхзвуковым потоком совершенного газа источника локального энерговыделения переменной мощности. Принятая модель описывается системой двумерных нестационарных уравнений газовой динамики, в которой задается как мощность энерговыделения, так и ее распределение в области локализации. Расчеты проводились по явной схеме сквозного счета без выделения ударных волн. Постановка задачи заключалась в следующем. В сверхзвуковом потоке совершенного газа находится импульсно-периодический источник локального энерговыделения. Ось симметрии источника параллельна вектору скорости набегающего потока. Считается, что скорость набегающего потока постоянна. Мощность источника во времени меняется по заданному закону. Требуется рассчитать нестационарное изменение газодинамических характеристик потока. В работе были рассмотрены также режимы с постоянной во времени мощностью энергоисточника. Задача решена в рамках двумерных нестационарных уравнений Эйлера с постоянным показателем адиабаты. Энергоподвод к потоку моделировался источниковым членом в уравнении

энергии. В описанном виде схема имеет второй порядок точности по пространственным переменным. Получены следующие результаты расчетов. В них предполагалось, что на энергоисточник набегаёт равномерный сверхзвуковой поток одноатомного газа с постоянным показателем адиабаты  $\gamma = 5/3$ . Приняты следующие геометрические параметры энергоисточника: длина равнялась 8.5 мм, радиус - 1 мм. Начало энергоисточника располагалось в точке с координатами  $x=0$ ,  $y=0$ . В экспериментах с импульсно-периодическим лазером установлено, что источник энергии имеет протяжённую форму, поэтому было принято, что поглощенная средой энергия приблизительно постоянна в каждом импульсе, а форма области энерговыделения цилиндрическая. Также в соответствии с экспериментом принято, что энергия, поглощенная средой в одном импульсе  $E_0 = 0.04$  Дж (этот параметр был постоянным во всех расчетах); частота  $f=45$  кГц. С учетом этого энергия, поглощенная единицей массы среды за единицу времени равна  $e_0 = E_0 / m\tau$ , где  $m$  - масса, к которой подводится энергия, а  $\tau$  - время выделения энергии. Для условий эксперимента  $\tau = 1$  мкс, период  $T=22.2$  мкс для частоты 45 кГц и 10 мкс для частоты следования импульсов 100 кГц. Источник включается в начале каждого периода  $T$  на время  $\tau$ , то есть мощность источника периодически меняется во времени. Выбранным условиям соответствует сверхкритический режим подвода энергии. В этом случае в потоке возникают зоны дозвукового течения, которые пульсируют во времени. Необходимо отметить следующие общие особенности этого течения в области энергоподвода и за ней. Во-первых, имеется поток с резко пониженным (примерно в 5-10 раз) значением плотности, во-вторых, имеется локальная замкнутая зона дозвукового течения. Размеры этой зоны пульсируют во времени. Давление в области следа незначительно отличается от давления набегающего потока. Установлены некоторые общие особенности развития течения. В начальный период времени при формировании импульса излучения в области энергоподвода возникают мощные потоки газа, направленные от центра этой области. Слева от середины формируется струя, которая движется навстречу набегающему потоку. Скорость этой струи отрицательна и существенно превышает скорость набегающего потока. Подобное явление происходит и в области правее центра энергоисточника. В ней формируется струя газа, в которой скорость потока значительно превышает скорость набегающего потока. Полученные результаты подобны картине течения при объемном взрыве. Струя, направленная навстречу набегающему потоку, служит своеобразным поршнем, перед которым возникает ударная волна. Форма этой ударной волны напоминает ударную волну, возникающую перед затупленным телом при обтекании его сверхзвуковым потоком газа. В зависимости от интенсивности энергоподвода за ударной волной могут возникать как области полностью сверхзвукового, так и области дозвукового течения. С течением времени тепловые пятна в зависимости от определяющих энергетических параметров начинают взаимодействовать между собой или

независимо друг от друга смещаются вниз по потоку. На рис.1.20а представлены результаты расчетов для  $M_{\infty}=2$ , показано распределение чисел Маха в развивающемся во времени следе. Как отмечалось выше, за источником формируется спутная струя, являющаяся следом источника. Вначале формируется голова следа (рис. 1.20а). Длина головы следа составляет примерно 15-20 мм. За головой следа формируется тело следа. Внешние очертания следа соответствуют наблюдаемой в эксперименте картине течения. Важной особенностью структуры следа является наличие вихревых зон в потоке. В вихревой зоне наблюдаются возвратные потоки, где продольная компонента скорости  $u$  направлена навстречу набегающему потоку, а уровень температуры повышенный. Это происходит при отсутствии больших интервалов между двумя последовательными импульсами. Вихри образуются из-за большой разности поперечных размеров следующих друг за другом возмущенных областей. Развивающаяся структура следа качественно соответствует наблюдаемой в эксперименте. За цилиндрическим источником формируется зона дозвукового течения значительной протяженности. Поперечный размер зоны, занимаемой вихревыми образованиями, увеличивается с увеличением расстояния от источника. Так, для  $x=100$  мм, что соответствует 11.8 длинам источника радиуса следа, он в 15 раз превышает радиус источника. Средняя плотность на оси потока мало изменялась и равнялась  $\rho \approx 0.02$  для  $3 < x < 53$ .

Прослежено влияние числа Маха. Исследование влияния числа Маха набегающего потока  $M_{\infty}$  было проведено в диапазоне  $M_{\infty} = 2 - 6$ . Для чисел Маха  $M_{\infty} = 5$  и 6 было выявлено влияние частоты следования лазерных импульсов. При  $M_{\infty}=3$  в потоке отсутствуют области возвратного течения и поэтому продольная скорость  $u$  всюду была положительной. В месте энерговыделения возникает тепловое пятно, которое с течением времени смещается вниз по потоку. Длина головы следа для  $M_{\infty} = 3$  почти вдвое меньше ее значения для  $M_{\infty}=2$  (Рис. 1.20b). В отличие от  $M_{\infty} = 2$ , в следе можно различить отдельные "пятна" от идущих друг за другом импульсов. На огибающей ударной волне, которая формируется перед источником от взаимодействия ударных волн, возникающих после каждого импульса, появляются точки перегиба, указывающие на место пересечения этих ударных волн. Средняя плотность на оси потока менялась также незначительно и равнялась  $\rho \approx 0.04$  для  $3 < x < 50$ . При  $M_{\infty} = 4$  в потоке наблюдались явно выраженные отдельные тепловые пятна с пониженной плотностью газа. Эти пятна вследствие нестационарности процесса смещались вниз по потоку. Наличие отдельных тепловых пятен подтверждается распределением числа Маха по оси симметрии течения. Если для  $M_{\infty} = 2$  и 3 в распределении по оси симметрии наблюдалась некоторая хаотичность в значениях числа Маха, то для  $M_{\infty} = 4$  прослеживаются отдельные структуры в виде трех пиков. Появление таких пиков свидетельствует о том, что взаимодействие между отдельными областями энерговыделения стало слабым. Подтверждением этого также является то,

что среднее число Маха на оси в тепловых пятнах становится близким к единице. Для  $M_{\infty} = 2$  и  $3$  оно было существенно меньше единицы. Средняя плотность на оси потока сохранялась и была равна  $\rho \approx 0.04$  для областей с тепловым пятном и существенно ( $\approx$  в 20 раз) превышала это значение в зонах между тепловыми пятнами. При дальнейшем увеличении  $M_{\infty} = 5$  на оси симметрии остаются два четко выраженных пика в распределении числа Маха на оси симметрии (рис. 1.20с). Среднее значение числа Маха в тепловых пятнах повышается и за вторым пиком скорость становится сверхзвуковой. В потоке уже не формируется голова следа, практически отсутствует огибающая головная ударная волна. Средняя плотность на оси потока для областей с тепловым пятном по-прежнему менялась мало, а в зонах между тепловыми пятнами была выше приблизительно в 20 раз. Для числа Маха  $M_{\infty} = 6$  поток на оси симметрии полностью сверхзвуковой. При этом наблюдается увеличение значения числа Маха на оси в тепловых пятнах по мере удаления от места энерговыделения. В экспериментах П.К.Третьякова было установлено, что частота следования энергоимпульсов оказывает существенное влияние на аэродинамическое сопротивление тел, установленных в следе за источником. Это связывалось с установлением непрерывного, квазистационарного теплового следа с увеличением частоты. Расчеты подтверждают этот вывод. Частота  $f$  является одним из основных определяющих параметров работы пульсирующего источника. Изменение  $f$  сопровождается количественными и качественными изменениями структуры следа. Влияние  $f$  на структуру следа было прослежено для  $M_{\infty} = 5$  (рис. 1.20с, d). Увеличение  $f$  с 45 кГц до 100 кГц привело к следующим изменениям в структуре: формируется след с почти слившимися тепловыми пятнами, в которых плотность резко понижена (почти в 15-20 раз); появляется огибающая ударная волна; образуется голова следа. Если для  $f=45$  кГц число Маха в тепловых пятнах было близко к 1, то теперь оно всюду, за исключением отдельных точек, выше 1. Из расчетов для  $M_{\infty} = 5$ ,  $f=100$  кГц следует, что локальная дозвуковая зона, примыкающая к оси симметрии, наблюдалась только в месте энерговыделения. Другие локальные дозвуковые зоны существовали в тепловых пятнах на некотором ( $\approx 3 - 4$  мм) расстоянии от оси в верхней части теплового пятна. Дозвуковые зоны на периферии тепловых пятен наблюдались на расстояниях  $x=80 - 90$  мм от источника. Минимальное значение числа Маха в дозвуковых зонах тепловых пятен увеличивается по мере удаления от области энерговыделения. Увеличение частоты с 45 кГц до 100 кГц ( $M_{\infty} = 5$ ) показало, что в следе снова наблюдается квазистационарный режим. Ранее такой вывод был получен в эксперименте только для  $M_{\infty} = 2$ . Результаты, полученные для  $M_{\infty} = 5$ , почти полностью соответствуют данным для  $M_{\infty} = 6$ . Средняя плотность на оси потока мало менялась и равнялась  $\rho \approx 0.05$  для  $3 < x < 70$ . Таким образом, при частоте 100 кГц в потоке с  $M_{\infty} = 5$  и 6 наблюдался сплошной след, в котором

плотность была приблизительно в 20 раз ниже плотности набегающего потока.

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОДОЛЬНОГО ВИХРЯ С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ**  
Численно с использованием нестационарных трехмерных уравнений Эйлера рассмотрено взаимодействие сверхзвуковой вихревой нити с ударной волной. Решение задачи проведено по явной схеме третьего порядка точности по времени и четвертого порядка точности по пространству. Построена аналитическая модель вихревой нити, описываемая обыкновенным дифференциальным уравнением. Параметрическим исследованием выявлено воздействие закрутки вихря, дефицита продольной скорости и числа Маха спутного потока на взаимодействие вихря и ударной волны. Взаимодействие вихревой нити и ударной волны исследовано при числе Маха спутного потока  $M_{\infty}=3$  и  $M_{\infty}=5$ . Выявлено три различных типа взаимодействия: слабое, умеренное и сильное. Показано, что тип взаимодействия очень сильно зависит от закрутки вихря и дефицита скорости по длине вихря. Получено, что при слабом взаимодействии ударная волна слегка искривляется, но течение всюду остается сверхзвуковым. При умеренном взаимодействии перед ударной волной возникает небольшая замкнутая область дозвукового течения. При сильном взаимодействии образуется большая дозвуковая зона возвратного течения, которая резко перестраивает структуру ударной волны. В зоне интерференции существенно увеличивается поперечное сечение вихря (рис. 1.21). При умеренном и сильном взаимодействиях за ударной волной падающий вихрь разбивается на два вихря. Это явление обнаружено впервые.

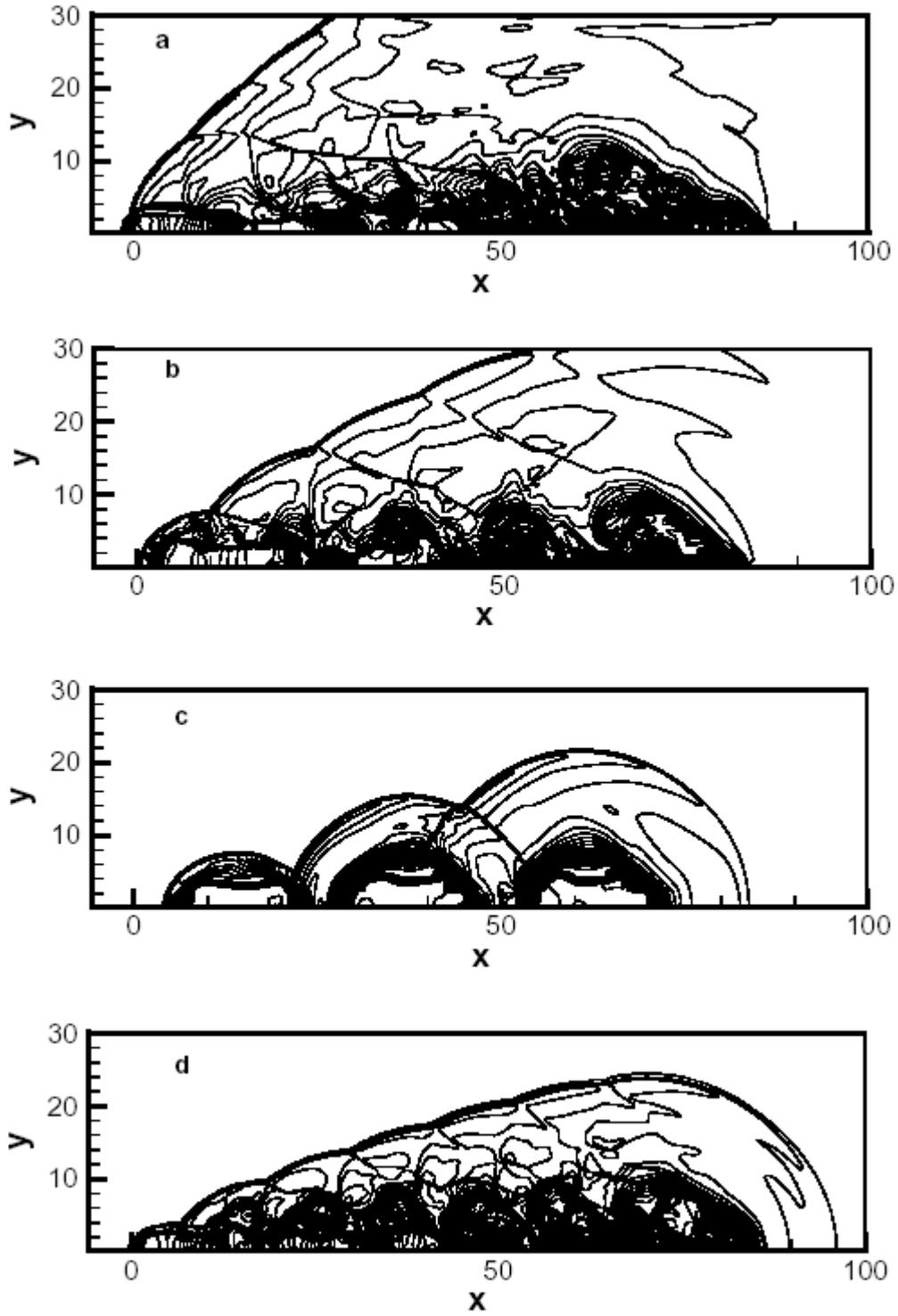


Рис. 1.20.

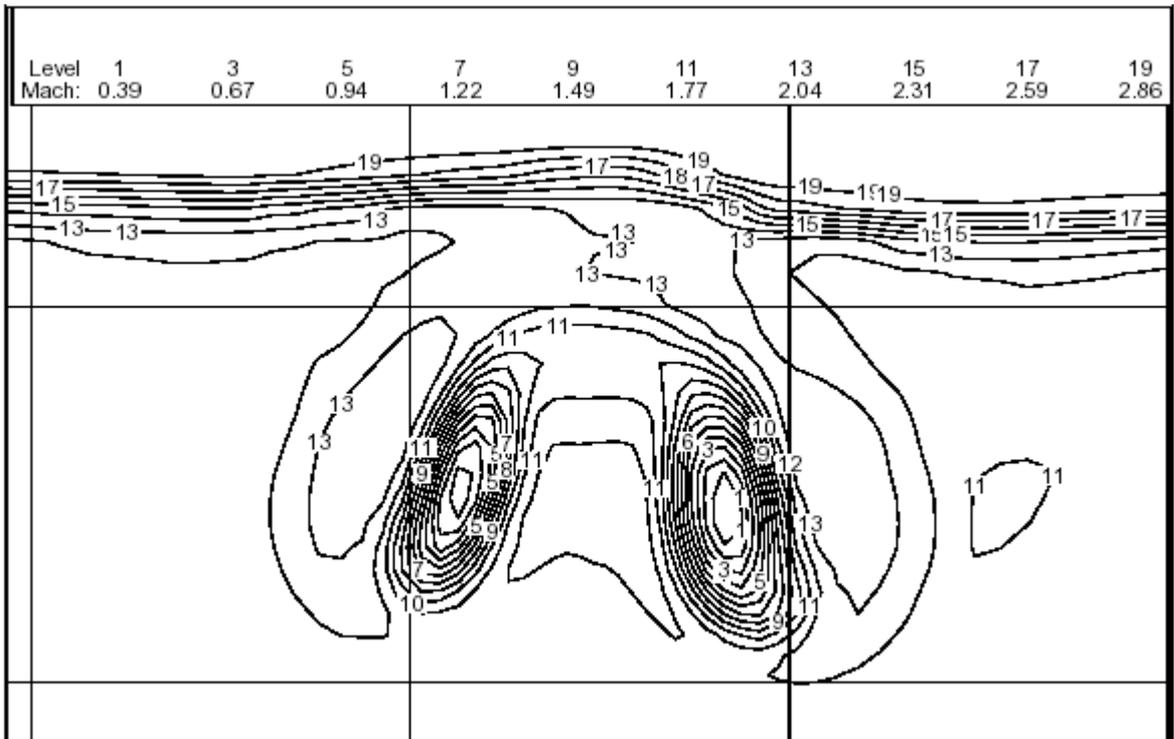
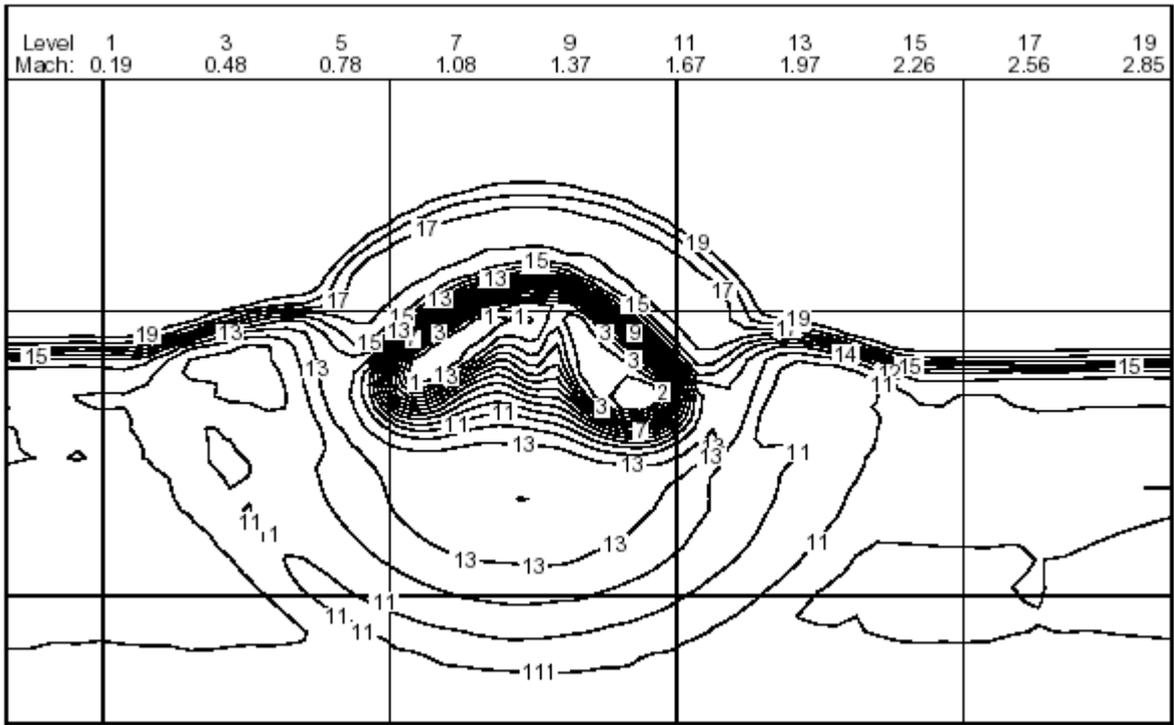


Рис. 1.21.

### 1.5. Оценка тяги ПВД при импульсном подводе энергии

В данном разделе приводятся результаты численного моделирования работы нестационарного прямого воздушного реактивного двигателя. В отличие от классической схемы, в которой подвод энергии в камере сгорания осуществляется непрерывно за счет сгорания топлива, здесь подводится лучистая энергия в импульсном периодическом режиме. Для моделирования этой задачи численно решаются уравнения Эйлера в «канальном» приближении для плоского случая:

$$\partial U/\partial t + \partial F/\partial x = Q,$$

$$U = (\rho u, \rho u^2, e u), F = (\rho u^2, (p + \rho u^2)u, u(p + e)u), Q = (0, p dy/dx, q u).$$

Здесь координата  $x$  направлена вдоль канала и отнесена к его ширине  $d$  на входе,  $y = y(x)$  – безразмерная ширина канала (отнесена к  $d$ ); время  $t$  отнесено к  $d/a_0$ , скорость газа  $u$  и скорость звука  $a$  – к  $a_0$ , плотность  $\rho$  – к  $\rho_0$ ; давление  $p$  и полная энергия единицы объема газа  $e$  обезразмерены с помощью величины  $\rho_0 a_0^2$ ;  $q$  – мощность, подводимая к единице объема газа, отнесенная к величине  $\rho_0 a_0^3/d$ ;  $p_0$  и  $a_0$  – размерные давление и скорость звука в потоке на входе в канал (соответствующая плотность газа равна  $\gamma p_0$ ). Для рассматриваемой модели газа

$$p = (\gamma - 1) \cdot (e - \rho u^2/2), \quad a^2 = \gamma p/\rho.$$

При импульсном периодическом подводе энергии величина  $q$  определяется выражением

$$q = \Delta p(x)/(\gamma - 1) \cdot g(t),$$

где  $g(t) = \sum_i \delta(t - i \Delta t)$ ,  $\delta(t)$  –  $\delta$ -функция,  $\Delta t$  – период подвода энергии,  $\Delta p(x)$  – увеличение давления, соответствующее подводу энергии.

На входе в канал задаются параметры невозмущенного потока, на выходе используется линейная экстраполяция.

Для решения этой задачи в промежутках между моментами подвода энергии применяется метод Макормака с искусственной вязкостью четвертого порядка малости. Импульсный подвод энергии осуществляется каждый раз настолько быстро, что изменением плотности газа и его скорости за соответствующий очень малый промежуток времени пренебрегается. При этом плотность энергии газа  $e$  увеличивается на

$$\Delta e = \begin{cases} \Delta p(x)/(\gamma - 1), & x_1 < x < x_2 \\ 0, & x < x_1 \cup x > x_2 \end{cases}.$$

В расчетах с импульсным подводом энергии задается величина  $\Delta p$ .

В результате расчетов сверхзвукового течения в канале с импульсным периодическим подводом энергии получена сложная картина меняющейся во времени системы ударных волн, волн разрежения, контактных разрывов. Исследованы условия выхода течения на квазистационарный режим в зависимости от чисел Маха потока (здесь приводятся результаты только для одного числа Маха), от мощности источника энергии, его размера и положения и от угла раствора

расширяющейся части канала. В таблице приведены исходные основные рассчитываемых вариантов. Во всех этих вариантах давление на входе в канал задавалось равным  $p = 1$ , плотность газа  $\rho = 1,4$ , число Маха  $M = 5$ ; длина канала равна 2.

При подводе одиночного импульса энергии в некоторой локальной зоне возникают ударные волны, распространяющиеся по потоку и навстречу ему. За ними

№	$x_1$	$x_2$	$q \cdot y$	$\Delta p$	$\Delta t$	$y_2$
1	0,4	0,42	–	99	$\infty$	1
2	0,8	0,82	–	99	0,2	1,2
3	0,8	0,82	–	99	0,1	1,2
4	1,4	1,42	7500	–	–	2
5	1,4	1,42	$750 \cdot f(t)$	$300/y$	0,1	2
6	1,4	1,42	$75 \cdot f(t)$	$30/y$	0,01	2
7	1,4	1,42	$7,5 \cdot f(t)$	$3/y$	0,001	2
8	1,4	1,42	$9 \cdot f(t)$	$3,6/y$	0,001	2
9	1,4	1,42	$15 \cdot f(t)$	$6/y$	0,001	3
10	1,36	1,46	$15 \cdot f(t)$	$6/y$	0,01	2
11	1,31	1,51	$7,5 \cdot f(t)$	$3/y$	0,01	2
12	1,21	1,61	$3,75 \cdot f(t)$	$1,5/y$	0,01	2
13	1,4	1,8	$3,75 \cdot f(t)$	$1,5/y$	0,01	2
14	1,02	1,42	$3,75 \cdot f(t)$	$1,5/y$	0,01	2
15	0,9	1,3	$3,75 \cdot f(t)$	$1,5/y$	0,01	2

следуют волны разрежения, которые после взаимного отражения догоняют ударные волны и ослабляют их. Если к этому моменту времени ударная волна, распространяющаяся вверх по потоку, не успевает выйти из канала, она сносится вниз по потоку, и область возмущения покидает канал. Такая ситуация наблюдается в канале постоянного сечения  $d = 1$  при энерговыделении, которому соответствует увеличение начального давления до  $p_1 = p_0 + \Delta p = 100$  (вариант 1).

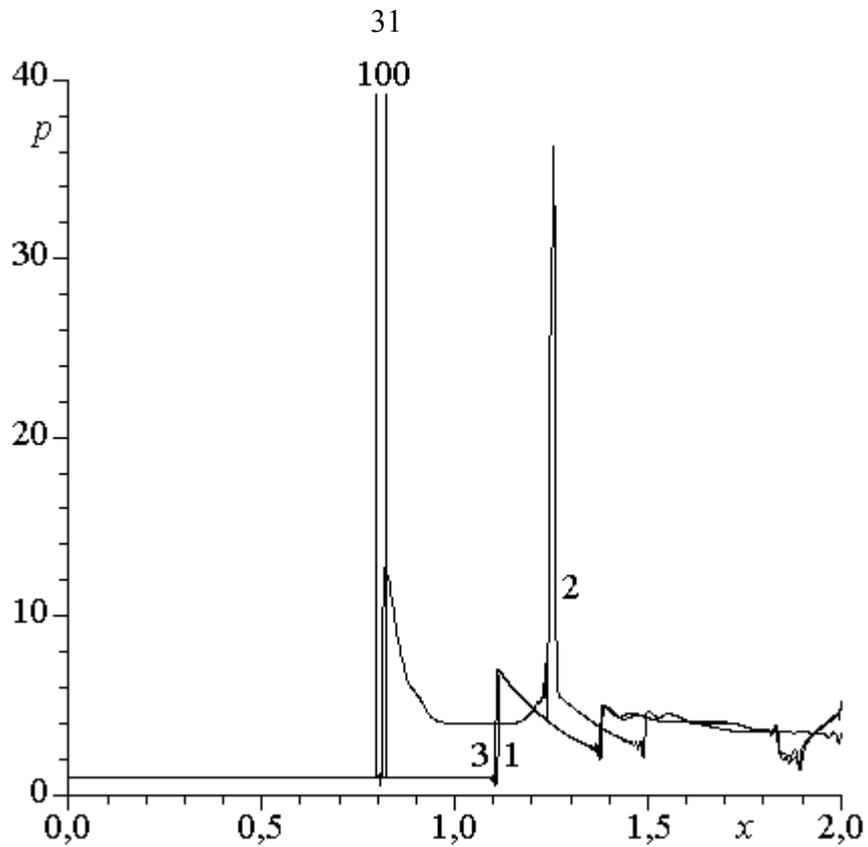


Рис. 1.22.

В расширяющемся канале при периодическом подводе энергии возможно возникновение периодического режима течения. Это иллюстрирует рис. 1.22 (вариант 2), на котором приведено распределение по каналу давления для трех моментов времени  $t = 1$ ,  $t = 1,05$  и  $t = 10$  – кривые 1, 2 и 3 соответственно. Расширение канала в этом и последующих вариантах начиналось при  $x$  равном 0,8. Распределения в моменты времени, кратные периоду подвода энергии, (кривые 1 и 3) практически совпадают. Пик давления, равный 100, при  $x \approx 0,8$  в момент времени  $t = 1$  соответствует только что происшедшему подводу энергии.

Осредненная за период сила, действующая на стенки канала, равна

$$F = ((p + \rho u^2)y)_2 - ((p + \rho u^2)y)_1,$$

где индексы 1 и 2 относятся ко входному и выходному сечениям. Для варианта 2 удельная сила

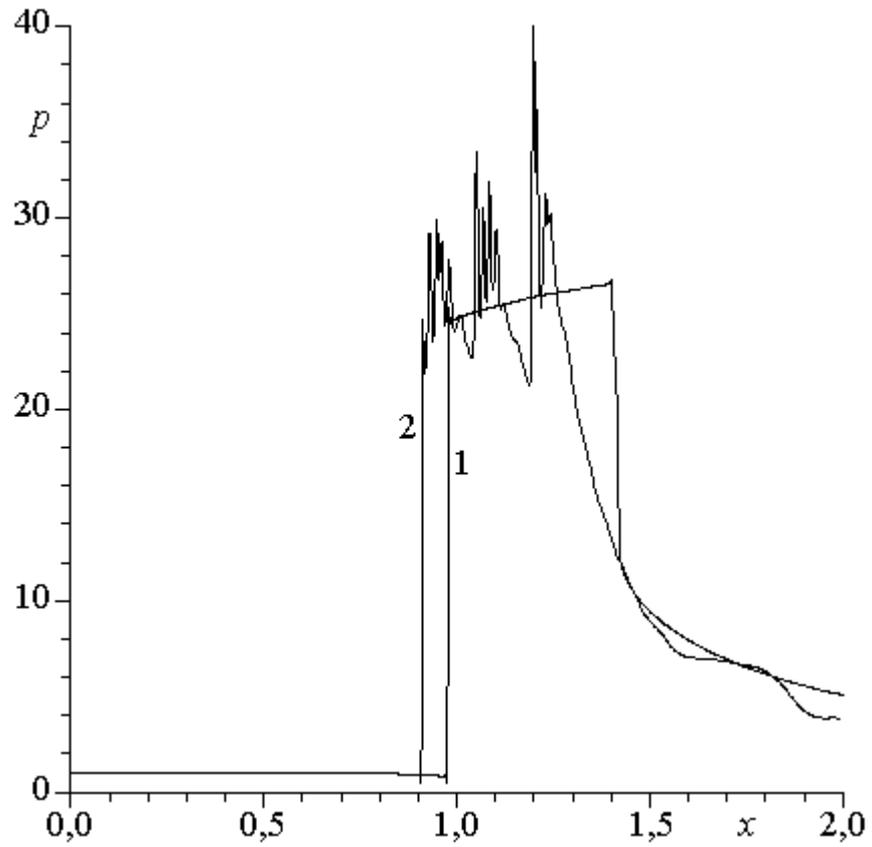
$$f = F/\rho_1 u_1 y_1$$

устанавливается равной  $\sim 5$ .

При увеличении частоты подвода энергии (и соответствующем увеличении подводимой мощности) указанный выше режим течения разрушается: возмущения, вносимые учащенным подводом энергии, не успевают выноситься из канала. При этом формируется значительно более сильная ударная волна, неудержимо продвигающаяся ко входному сечению. За ней течение существенно дозвуковое. Оно имеет также колебательный

характер, но длина волны колебаний становится значительно меньше. Увеличение раскрытия канала вновь может стабилизировать режим течения.

а)



б)

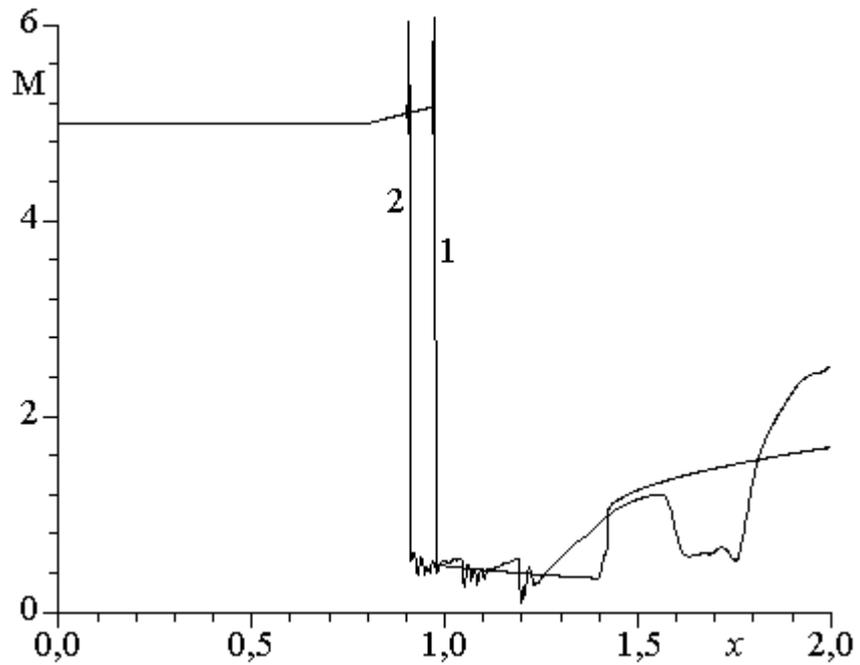


Рис. 1.23.

с)

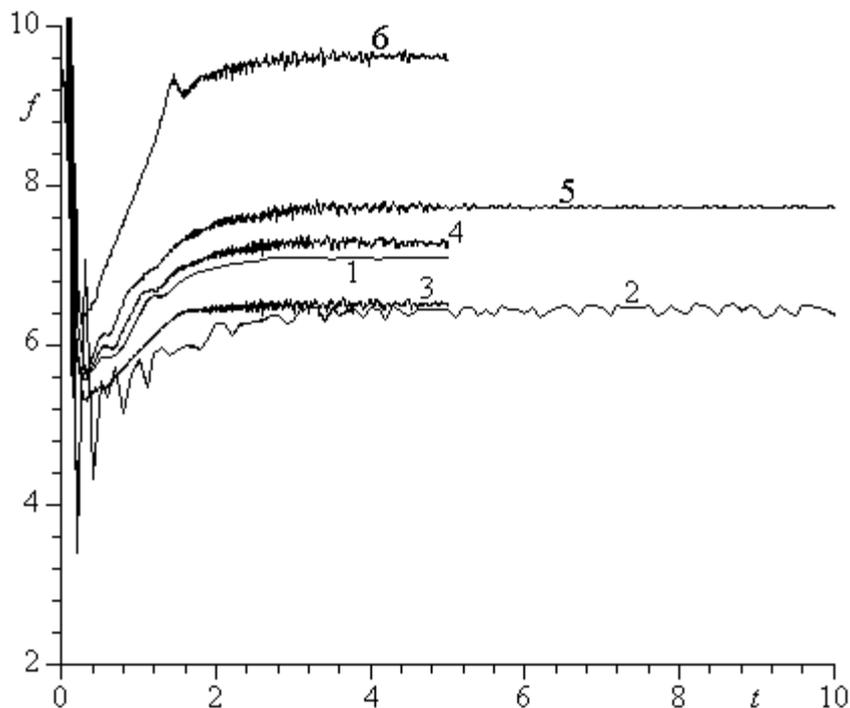


Рис. 1.23.

Представляет интерес сравнить результаты, получаемые при импульсном и непрерывном подводе энергии.

Калорийность водорода равна  $1,2 \cdot 10^8$  Дж/кг. В расчете на 1 кг воздуха при полном сгорании водорода выделяется количество энергии  $3,5 \cdot 10^6$  Дж. В безразмерном виде в единицу времени будет подводиться энергия

$$\int_{x_1}^{x_2} qy dx = 30 \cdot M_\infty,$$

где  $M_\infty$  – число Маха потока на входе в канал. Эта энергия подводилась непрерывно во времени в расширяющейся части канала равномерно по  $x$ , т. е. величина  $qy$  полагалась постоянной, равной

$$qy = 30 \cdot M_\infty / (x_2 - x_1).$$

(вариант 4). При импульсном периодическом режиме подводилась энергия

$$\Delta e = 30 \cdot M_\infty / (x_2 - x_1) / y \cdot \Delta t.$$

На рис. 1.23, *a* и *b* представлены соответственно распределения давления и числа Маха по длине канала, когда устанавливались стационарный режим течения при непрерывном энергоподводе (кривые 1) и периодический режим течения при импульсном подводе энергии (вариант 5,  $\Delta t = 0,1$  – кривые 2; в отличие от варианта 3 здесь подводимая мощность постоянна и равна мощности при непрерывном подводе энергии).

На рис. 1.23, с для этих двух режимов подвода энергии сравниваются значения удельной силы, действующей на стенки канала. На рисунке приведены также значения удельной силы при импульсном подводе энергии с периодом  $\Delta t = 0,01$  и  $0,001$  (кривые 3 и 4 для вариантов 6 и 7 соответственно). Для варианта 7 значение удельной силы больше, чем при непрерывном подводе той же энергии, соответствующей полному сгоранию водорода. Однако при сверхзвуковом потоке на входе в канал полнота сгорания существенно меньше единицы.

При периодическом подводе энергии удельная сила еще может быть увеличена путем подвода большей энергии для того же расхода воздуха. На рис. 1.23, с кривая 5 (вариант 8) соответствует подводу в 1,2 раза большей энергии, чем при непрерывном ее подводе (все другие параметры имеют те же значения, что и для кривой 4). Кривая 6 (вариант 9) на рисунке получена при подводе в два раза большей энергии при увеличении площади сечения канала на выходе в три раза по сравнению с сечением на входе.

а)

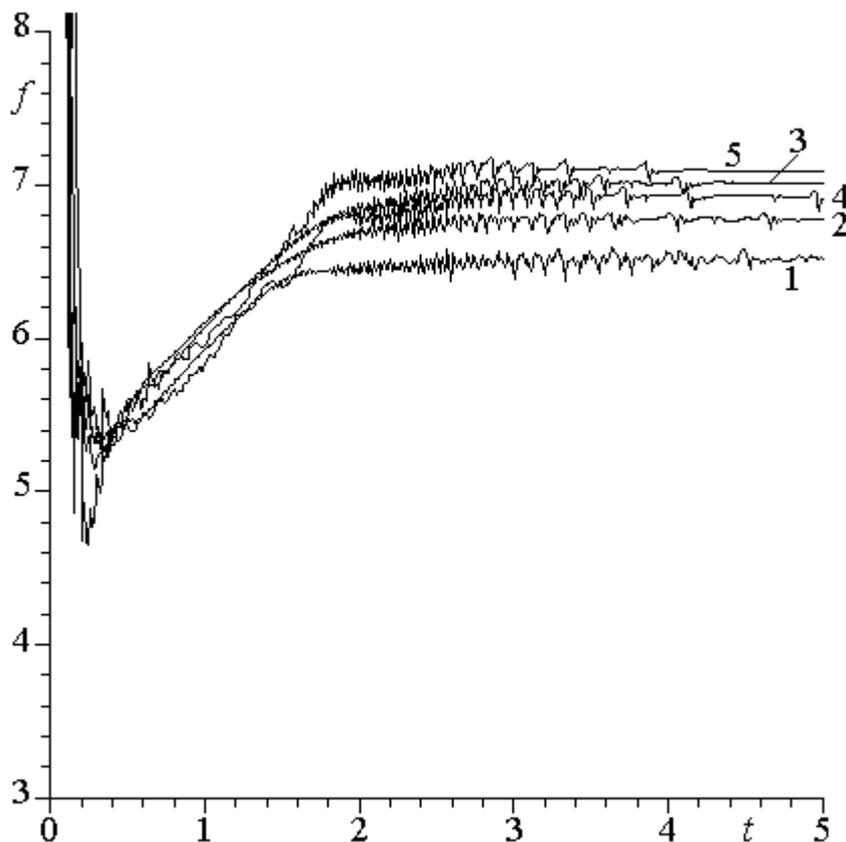
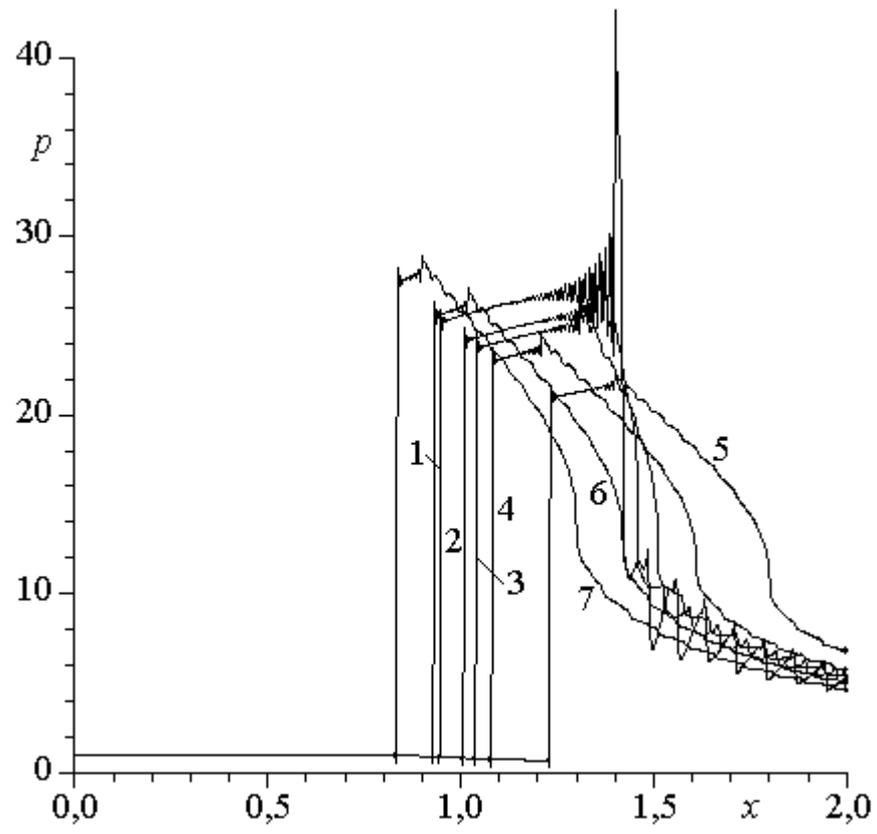


Рис. 1.24.

б)



с)

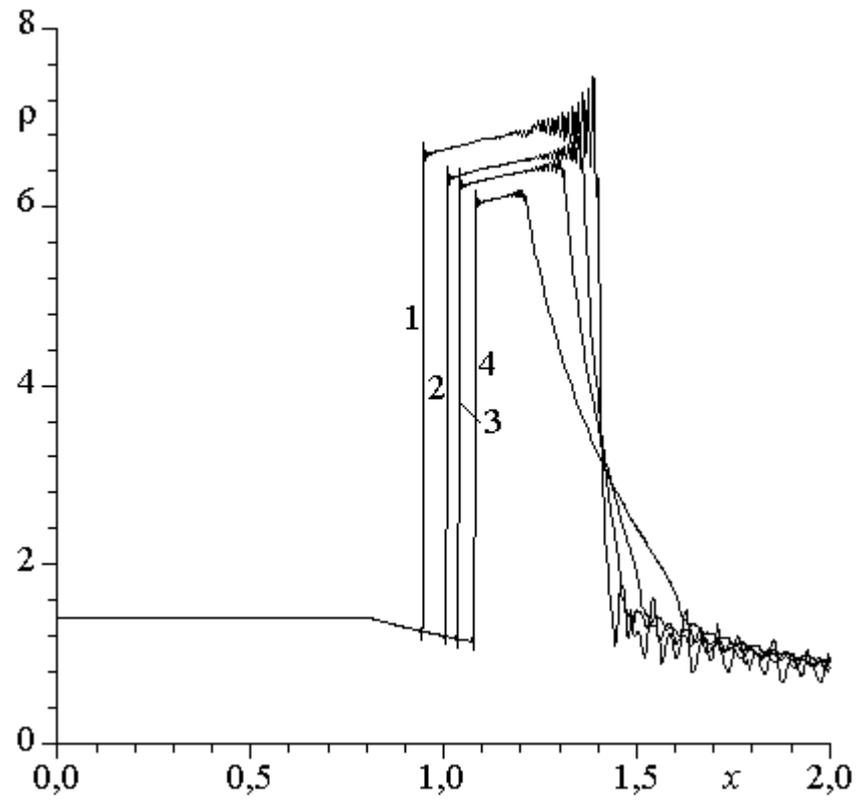


Рис. 1.24.

Подвод энергии в узкой зоне приводит к возникновению сильной ударной волны, распространяющейся вверх по потоку (рис. 1.23, *a* и *b*) и, как следствие, к потере в удельной силе. На рис. 1.24 представлены результаты расчетов при распределенном подводе энергии (параметры канала и течения на входе в канал, а также подводимая энергия такие же, как для результатов на рис. 1.23; энергия подводилась через промежуток времени  $\Delta t = 0,01$ ; кривые 1, 2, 3 и 4 относятся к вариантам 6, 10, 11 и 12 соответственно, для все более уменьшающейся плотности подводимой энергии). На рис. 1.24, *a* показана зависимость от времени удельной силы. Удельная сила при увеличении размеров зоны энергоподвода в обе стороны от ее середины (для одной и той же подводимой мощности) сначала увеличивается, что связано с уменьшением интенсивности ударной волны, распространяющейся вверх по потоку (это видно из рис. 1.24, *b*, на котором приведено распределение давления по каналу). Затем удельная сила достигает максимума и несколько падает (кривая 4). Сдвиг зоны энергоподвода в сторону выхода из канала приводит к некоторому уменьшению удельной силы. При таком сдвиге этой зоны интенсивность ударной волны падает, но увеличивается размер области повышенного давления (кривая 5 на рис. 1.24, *b*; вариант 13). Сдвиг зоны энергоподвода в сторону минимального сечения канала приводит к увеличению удельной силы: несколько более высокое давление имеет место в заметно более узкой области (кривые 6 и 7 на рис. 1.24, *b* получены для вариантов 14 и 15 соответственно; последнему варианту на рис. 1.24, *a* отвечает кривая 5).

На рис. 1.24, *c* для рассматриваемого варианта приведено распределение по каналу плотности газа. Наблюдаемые на рис. 1.24, *b* и *c* колебания параметров связаны с импульсным периодическим характером подвода энергии. Длина волны этих колебаний в области высоких давлений мала, так как скорость газового потока существенно ниже скорости звука. Для данного периода энергоподвода длина волны порядка 0,02, т. е. в случае узкой зоны энергоподвода (кривые 1) она порядка размеров этой зоны. Амплитуда колебаний убывает по мере удаления от зоны энергоподвода из-за слияния ударных волн. В области сверхзвуковых скоростей длина волны колебаний увеличивается примерно пропорционально числу Маха (для узкой зоны энергоподвода). При увеличении размеров зоны энергоподвода амплитуда колебаний, как и следовало ожидать, сильно уменьшается.

Применение импульсного периодического подвода энергии дает возможность увеличения тяги прямоточного воздушно-реактивного двигателя.

## Глава 2. Математическое и численное моделирование нестационарного распространения импульса энергии большой мощности в вязком теплопроводном газе.

Разработана математическая модель нестационарного распространения локального импульса энергии большой мощности в вязком теплопроводном газе. Рассматривается полная система уравнений Навье–Стокса вязкого теплопроводного сжимаемого газа. Показано, что для течений, описываемых решениями этой системы, выполняется закон сохранения энергии. В соответствии с законом Фурье для теплопроводности скорость изменения температуры зависит не только от значений параметров среды, но и от их градиентов. Учет сжимаемости среды приводит к системе уравнений Навье – Стокса параболического - гиперболического типа. Одна действительная характеристика является контактной поверхностью, на которой в течениях вязкого теплопроводного газа могут присутствовать слабые разрывы. Выписаны начальные и граничные условия. Определены подходы для численного расчета поставленной задачи.

### 2.1. Физико - математическая постановка задачи.

Уравнения вязкого теплопроводного газа в векторной форме могут быть представлены в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \rho \vec{f} + \nabla \cdot \Pi_{ij}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (E \vec{v}) = \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{q} + \rho \vec{f} \cdot \vec{v} + \nabla \cdot (\Pi_{ij} \cdot \vec{v}), \quad (2.3)$$

где  $\rho$  – плотность,  $\vec{v}$  - вектор скорости,  $E = e + v^2 / 2$  - полная энергия единицы объема,  $e$  - внутренняя энергия единицы массы,  $\vec{q}$  - вектор плотности теплового потока,  $\vec{f}$  - сила, отнесенная к единичной массе,  $\Pi_{ij}$  - компоненты тензора напряжений.

Для замыкания системы уравнений (2.1) – (2.3) необходимо присоединить уравнения состояния

$$p = p(\rho, e), \quad e = e(\rho, T) \quad (2.4)$$

и потоковые соотношения, связывающие тензор напряжения с тензором скоростей деформации и тепловой поток  $\bar{q}$  с температурой  $T$ . Система уравнений (2.1) – (2.4) дополняется зависимостями коэффициентов динамической вязкости  $\mu$  и коэффициента теплопроводности  $k$  от термодинамических величин, например, плотности и температуры.

Отметим, что первый член в правой части уравнения (2.3) есть скорость тепловыделения внешних источников, отнесенная к единице объема.

Подвод энергии осуществляется локальным импульсом энергии большой мощности, которая в начальный момент времени соответствует заданному режиму

$$Q = Q_0. \quad (2.5)$$

Краевые условия в бесконечном удалении от источника определяются из условия, что газ находился в состоянии покоя. В начальный момент времени вектор скорости во всей области течения равен нулю, все остальные газодинамические величины соответствуют их значениям в покоящемся газе.

При различных преобразованиях и проведении расчетов уравнения (2.1) – (2.3) удобнее представить в безразмерном виде. Газодинамические переменные отнесем к их значениям в невозмущенном потоке и характерному линейному размеру  $R_0$  эффективному радиусу Гауссовского типа источника. Предполагается, что на бесконечности газ является однородным.

## 2.2. Уравнения нестационарного движения вязкого теплопроводного газа в декартовой системе координат.

Рассмотрим двумерный случай в декартовой системе координат, тогда система уравнений (2.1) – (2.3) представляется в следующем виде:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (2.6)$$

уравнения количества движения

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (2.7)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} = 0 \quad (2.8)$$

уравнение энергии

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho u \frac{\partial e}{\partial x} + \rho v \frac{\partial e}{\partial y} + p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + \Phi \quad (2.9)$$

Уравнение состояния для давления и зависимость коэффициента динамической вязкости от внутренней энергии запишутся следующим образом:

$$p = (\gamma - 1) \rho e \quad \mu = c_3 e^\omega \quad 0.5 \leq \omega \leq 1 \quad (2.10)$$

Компоненты тензора напряжений определяются через составляющие вектора скорости  $u, v$  по осям  $x, y$  соответственно:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \frac{2}{3} \frac{1}{\text{Re}} \mu^* \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), & \tau_{xy} &= \frac{1}{\text{Re}} \mu^* \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \tau_{yy} &= \frac{2}{3} \frac{1}{\text{Re}} \mu^* \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (2.11)$$

а компоненты вектора теплового потока:

$$q_x = -\frac{\gamma}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \mu^* \frac{\partial e}{\partial x} = -\tilde{\mu} \frac{\partial e}{\partial x}, \quad q_y = -\frac{\gamma}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \mu^* \frac{\partial e}{\partial y} = -\tilde{\mu} \frac{\partial e}{\partial y}. \quad (2.12)$$

Диссипативная функция  $\Phi$  в (2.9) выражается следующим образом:

$$\Phi = \frac{\mu^*}{\text{Re}} \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad (2.13)$$

Соотношения (2.5) могут быть записаны в виде

$$p = (\gamma - 1)\rho e, \quad \mu^* = [(\gamma - 1)\gamma M_\infty^2]^\omega \cdot e^\omega, \quad 0.5 \leq \omega \leq 1.$$

Здесь  $\gamma = c_p / c_v$  ( $c_p$  и  $c_v$  - удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и объеме соответственно). Критерии подобия - число Рейнольдса  $Re$  и число Прандтля  $Pr$  определяются по формулам

$$Re = \frac{\rho_\infty V_\infty L}{\mu_\infty^*}, \quad Pr = \frac{\mu_\infty^* c_p}{\kappa}, \quad M_\infty = \frac{V_\infty}{a^*}. \quad (2.14)$$

где  $\kappa$  - коэффициент теплопроводности. Величины в невозмущенном потоке помечены индексом  $\infty$ ,  $a^*$  - скорость звука.

Динамический коэффициент вязкости  $\mu^*$  определяется как  $\mu = \mu^* / Re$ .

### 2.3. Балансовые равенства.

Задача о растекании локального импульса энергии большой мощности в безграничное пространство, заполненное вязким теплопроводным газом, сводится к соответствующей задаче с ограниченной расчетной областью для численного решения. Для определения соответствующих условий рассмотрим балансовые соотношения изменения во времени массы, импульса и энергии в фиксированном (не зависящем от времени) объеме  $\Omega$  с границей  $\Gamma$ . В этом случае необходимо оперировать со скоростями притока основных физических количеств в данный объем.

Поскольку скорость изменения массы в объеме  $\Omega$  равна скорости потока массы через его границу  $\Gamma$ , то

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho d\Omega = - \iint_{\Gamma} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} d\Gamma. \quad (2.15)$$

Скорость изменения энергии в объеме равна мощности действующих сил плюс скорость потока энергии через границу:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho \left( \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 + e \right) d\Omega = & - \iint_{\Gamma} \rho \left( \frac{1}{2} |\vec{v}|^2 + e \right) \vec{v} \cdot \vec{n} d\Gamma - \iint_{\Gamma} p \vec{v} \cdot \vec{n} d\Gamma + \\ & + \iint_{\Gamma} (\tau_{i,j} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{n} d\Gamma - \iint_{\Gamma} \vec{q} \cdot \vec{n} d\Gamma + \iiint_{\Omega} \frac{\partial Q}{\partial t} d\Omega, \end{aligned} \quad (2.16)$$

где

$$\tau_{i,j} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{pmatrix} \vec{v} = \begin{pmatrix} \tau_{xx}u & \tau_{xy}v \\ \tau_{yx}u & \tau_{yy}v \end{pmatrix}.$$

Обозначение оператора дифференцирования  $\partial/\partial t$  (вместо  $d/dt$ ) подчеркивает, что ввиду независимости  $\Omega$  от  $t$  этот оператор может быть внесен под знак интеграла именно как оператор частной производной.

**Лемма.** Если  $\vec{v} = 0$  на границе  $\Gamma$ , то масса неизменна и выполняется закон сохранения массы:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho d\Omega = 0. \quad (2.17)$$

Если на части границы вектор скорости отличен от нуля и  $\vec{v} \cdot \vec{n} > 0$ , то выполняется неравенство

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho d\Omega < 0. \quad (2.18)$$

**Доказательство.** Соотношения (2.17) – (2.18) следуют из равенства (2.15).

#### 2.4. Начальные и граничные условия для расчетной области.

Рассмотрим прямоугольную область  $\Omega = (0,1) \times (0,1)$  в плоскости переменных  $x$  и  $y$ . Граница области состоит из четырех прямолинейных отрезков, занумерованных по часовой стрелке  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4$ . В качестве граничных условий на  $\Gamma_1$  (левая граница области) задаются невозмущенные параметры потока:

$$x = 0: \quad u = v = 0, \quad \rho = e = 1. \quad (2.19)$$

Левая граница удалена от источника так, чтобы нестационарные возмущения от локального импульса не повлияли на параметры невозмущенного потока на  $\Gamma_1$ .

Условия на внешней (верхней) границе области  $\Gamma_2$  и границе  $\Gamma_3$  (правая) должны допускать возможность ненулевых потоков. Границы  $\Gamma_2$  и

$\Gamma_3$  устанавливаются на таком расстоянии от энергоисточника, чтобы можно было пренебречь продольными градиентами параметров течения.

Начальные условия определяют покоящийся газ с соответствующей плотностью и температурой:

$$t = 0: \quad u = v = 0, \quad \rho = e = 1. \quad (2.20)$$

Мощность и положение источника в начальный момент времени соответствуют заданному режиму:

$$t = 0: \quad Q = Q_0. \quad (2.21)$$

## 2.5. Вариационно – разностная схема для уравнений вязкого теплопроводного газа.

С помощью комбинации методов конечных объемов и конечных элементов построена вариационно – разностная аппроксимация по пространству, удовлетворяющая сеточным аналогам законов сохранения массы и энергии. Уравнение количества движения для составляющей вектора скорости  $u$  (2.7) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\tau} \rho_{n+1,i,j} u_{n+1,i,j} - \frac{1}{\tau} \rho_{n+1,i,j}^{1/2} \rho_{n,i,j}^{1/2} u_{n,i,j} + \\ & + \frac{1}{4h} \left( \left( \rho_{n+1,i+1,j} u_{n+1,i+1,j} + \rho_{n+1,i,j} u_{n+1,i,j} \right) u_{n+1,i+1,j} - \right. \\ & \left. - \left( \rho_{n+1,i-1,j} u_{n+1,i-1,j} + \rho_{n+1,i,j} u_{n+1,i,j} \right) u_{n+1,i-1,j} \right) + \\ & + \frac{1}{4h} \left( \left( \rho_{n+1,i,j+1} v_{n+1,i,j+1} + \rho_{n+1,i,j} v_{n+1,i,j} \right) u_{n+1,i,j+1} - \right. \\ & \left. - \left( \rho_{n+1,i,j-1} v_{n+1,i,j-1} + \rho_{n+1,i,j} v_{n+1,i,j} \right) u_{n+1,i,j-1} \right) + \\ & + \frac{2}{3h^2} (u_{n+1,i,j} - u_{n+1,i-1,j}) (\mu_{n+1,i,j} + \mu_{n+1,i-1,j}) + \\ & + \frac{2}{3h^2} (u_{n+1,i,j} - u_{n+1,i+1,j}) (\mu_{n+1,i,j} + \mu_{n+1,i+1,j}) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{6h^2} (\mu_{n+1,i+1,j} (v_{n+1,i+1,j+1}^- v_{n+1,i+1,j-1}^-) - \\
& - \mu_{n+1,i-1,j} (v_{n+1,i-1,j+1}^- v_{n+1,i-1,j-1}^-)) + \\
& + \frac{1}{2h^2} (u_{n+1,i,j}^- u_{n+1,i,j-1}^-) (\mu_{n+1,i,j}^+ \mu_{n+1,i,j-1}^+) + \\
& + \frac{1}{2h^2} (u_{n+1,i,j}^- u_{n+1,i,j+1}^-) (\mu_{n+1,i,j}^+ \mu_{n+1,i,j+1}^+) - \\
& - \frac{1}{4h^2} (\mu_{n+1,i,j+1} (v_{n+1,i+1,j+1}^- v_{n+1,i-1,j+1}^-) - \\
& - \mu_{n+1,i,j-1} (v_{n+1,i+1,j-1}^- v_{n+1,i-1,j-1}^-)) + \\
& + \frac{1}{2h} (p_{n+1,i+1,j}^- p_{n+1,i-1,j}^-) = 0. \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Уравнение количества движения для составляющей вектора скорости  $v$  (2.8) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\tau} \rho_{n+1,i,j} v_{n+1,i,j} - \frac{1}{\tau} \rho_{n+1,i,j}^{1/2} \rho_{n,i,j}^{1/2} v_{n,i,j}^+ + \\
& + \frac{1}{4h} \left( \left( \rho_{n+1,i+1,j} u_{n+1,i+1,j}^+ \rho_{n+1,i,j} u_{n+1,i,j}^+ \right) v_{n+1,i+1,j}^- \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(\rho_{n+1,i-1,j}u_{n+1,i-1,j} + \rho_{n+1,i,j}u_{n+1,i,j})v_{n+1,i-1,j}^+ \\
& + \frac{1}{4h} \left( \left( \rho_{n+1,i,j+1}v_{n+1,i,j+1} + \rho_{n+1,i,j}v_{n+1,i,j} \right) v_{n+1,i,j+1}^- \right. \\
& \left. - (\rho_{n+1,i,j-1}v_{n+1,i,j-1} + \rho_{n+1,i,j}v_{n+1,i,j})v_{n+1,i,j-1}^- \right) \\
& - \frac{1}{4h^2} (\mu_{n+1,i+1,j}(u_{n+1,i+1,j} - u_{n+1,i+1,j-1})^- \\
& - \mu_{n+1,i-1,j}(u_{n+1,i-1,j+1} - u_{n+1,i-1,j-1}))^+ \\
& + \frac{1}{2h^2} (v_{n+1,i,j} - v_{n+1,i-1,j})(\mu_{n+1,i,j} + \mu_{n+1,i-1,j})^+ \\
& + \frac{1}{2h^2} (v_{n+1,i,j} - v_{n+1,i+1,j})(\mu_{n+1,i,j} + \mu_{n+1,i+1,j})^+ \\
& + \frac{2}{3h^2} (v_{n+1,i,j} - v_{n+1,i,j-1})(\mu_{n+1,i,j} + \mu_{n+1,i,j-1})^+ \\
& + \frac{2}{3h^2} (v_{n+1,i,j} - v_{n+1,i,j+1})(\mu_{n+1,i,j} + \mu_{n+1,i,j+1})^+ \\
& + \frac{1}{6h^2} (\mu_{n+1,i,j+1}(u_{n+1,i+1,j+1} - u_{n+1,i-1,j+1})^- \\
& - \mu_{n+1,i,j-1}(u_{n+1,i+1,j-1} - u_{n+1,i-1,j-1}))^+ \\
& + \frac{1}{2h} (p_{n+1,i,j+1} - p_{n+1,i,j-1}) = 0. \tag{2.23}
\end{aligned}$$

Уравнение энергии (2.9) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\tau} \rho_{n+1,i,j} e_{n+1,i,j} - \frac{1}{\tau} \rho_{n,i,j} e_{n,i,j} + \\
& + \frac{1}{2h} (e_{n+1,i+1,j} \rho_{n+1,i+1,j} u_{n+1,i+1,j} - e_{n+1,i-1,j} \rho_{n+1,i-1,j} u_{n+1,i-1,j}) + \\
& + \frac{1}{2h} (e_{n+1,i,j+1} \rho_{n+1,i,j+1} v_{n+1,i,j+1} - e_{n+1,i,j-1} \rho_{n+1,i,j-1} v_{n+1,i,j-1}) + \\
& + \frac{1}{2h} p_{n+1,i,j} (u_{n+1,i+1,j} - u_{n+1,i-1,j} + v_{n+1,i,j+1} - v_{n+1,i,j-1}) + \\
& + \frac{1}{2h^2} (e_{n+1,i,j} - e_{n+1,i-1,j}) (\tilde{\mu}_{n+1,i,j} + \tilde{\mu}_{n+1,i-1,j}) + \\
& + \frac{1}{2h^2} (e_{n+1,i,j} - e_{n+1,i+1,j}) (\tilde{\mu}_{n+1,i,j} + \tilde{\mu}_{n+1,i+1,j}) + \\
& + \frac{1}{2h^2} (e_{n+1,i,j} - e_{n+1,i,j-1}) (\tilde{\mu}_{n+1,i,j} + \tilde{\mu}_{n+1,i,j-1}) + \\
& + \frac{1}{2h^2} (e_{n+1,i,j} - e_{n+1,i,j+1}) (\tilde{\mu}_{n+1,i,j} + \tilde{\mu}_{n+1,i,j+1}) = \\
& = Q_{i,j}^t + \frac{1}{3h^2} \mu_{n+1,i,j} (u_{n+1,i+1,j} - u_{n+1,i,j})^2 + \\
& + \frac{1}{3h^2} \mu_{n+1,i,j} (u_{n+1,i,j} - u_{n+1,i-1,j})^2 + \\
& + \frac{1}{3h^2} \mu_{n+1,i,j} (v_{n+1,i,j+1} - v_{n+1,i,j})^2 + \\
& + \frac{1}{3h^2} \mu_{n+1,i,j} (v_{n+1,i,j} - v_{n+1,i,j-1})^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4h^2} \mu_{n+1,i,j} (v_{n+1,i+1,j}^{-} v_{n+1,i,j}^{+} u_{n+1,i,j+1}^{-} u_{n+1,i,j}^{+})^2 + \\
& + \frac{1}{4h^2} \mu_{n+1,i,j} (v_{n+1,i,j}^{-} v_{n+1,i-1,j}^{+} u_{n+1,i,j+1}^{-} u_{n+1,i,j}^{+})^2 + \\
& + \frac{1}{4h^2} \mu_{n+1,i,j} (v_{n+1,i+1,j}^{-} v_{n+1,i,j}^{+} u_{n+1,i,j}^{-} u_{n+1,i,j-1}^{+})^2 + \\
& + \frac{1}{4h^2} \mu_{n+1,i,j} (v_{n+1,i,j}^{-} v_{n+1,i-1,j}^{+} u_{n+1,i,j}^{-} u_{n+1,i,j-1}^{+})^2 + \\
& + \frac{1}{6h^2} \mu_{n+1,i,j} (u_{n+1,i+1,j}^{-} u_{n+1,i,j}^{+} v_{n+1,i,j+1}^{-} v_{n+1,i,j}^{+})^2 + \\
& + \frac{1}{6h^2} \mu_{n+1,i,j} (u_{n+1,i+1,j}^{-} u_{n+1,i,j}^{+} v_{n+1,i,j+1}^{-} v_{n+1,i,j-1}^{+})^2 + \\
& + \frac{1}{6h^2} \mu_{n+1,i,j} (u_{n+1,i,j}^{-} u_{n+1,i-1,j}^{+} v_{n+1,i,j}^{-} v_{n+1,i,j-1}^{+})^2 + \\
& + \frac{1}{6h^2} \mu_{n+1,i,j} (u_{n+1,i,j}^{-} u_{n+1,i-1,j}^{+} v_{n+1,i,j+1}^{-} v_{n+1,i,j}^{+})^2. \quad (2.24)
\end{aligned}$$

## 2.6. Явная разностная схема для уравнения неразрывности с регуляризирующими слагаемыми.

Будем аппроксимировать уравнение неразрывности (2.6) на равномерной квадратной сетке с шагом  $h=1/n$  и узлами сетки, соответственно,

$$\begin{aligned}
x_i &= ih, \quad i = 0, \dots, n; \\
y_j &= jh, \quad j = 0, \dots, n.
\end{aligned}$$

Шаг по времени  $\tau$  выбирается постоянным, его величина определяется из некоторых соображений, которые будут приведены в дальнейшем. Узлы сетки по времени, таким образом, записываются как

$$t_k = k\tau, \quad k = 0, \dots, m.$$

Рассмотрим следующую разностную схему:

$$\frac{\rho_{i,j,k+1} - \rho_{i,j,k}}{\tau} + \frac{(\rho u)_{i+1,j,k} - (\rho u)_{i-1,j,k}}{2h} + \frac{(\rho v)_{i,j+1,k} - (\rho v)_{i,j-1,k}}{2h} = f_{i,j,k} \quad (2.25)$$

Как известно, такая схема неустойчива. Для повышения устойчивости дополним ее регуляризирующими слагаемыми второго порядка малости

$$-h \frac{\partial^2 (\gamma(x, y) \rho)}{\partial x^2} \text{ и } -h \frac{\partial^2 (\delta(x, y) \rho)}{\partial y^2}, \text{ или, в разностной форме:}$$

$$-\frac{(\gamma \rho)_{i+1,j,k} - 2(\gamma \rho)_{i,j,k} + (\gamma \rho)_{i-1,j,k}}{h} - \frac{(\delta \rho)_{i,j+1,k} - 2(\delta \rho)_{i,j,k} + (\delta \rho)_{i,j-1,k}}{h} \quad (2.26)$$

Просуммировав (2.25) и (2.26), получаем итоговую разностную формулу, аппроксимирующую уравнение неразрывности (2.6) с первым порядком:

$$\frac{\rho_{i,j,k+1} - \rho_{i,j,k}}{\tau} + \frac{(\rho u)_{i+1,j,k} - (\rho u)_{i-1,j,k}}{2h} + \frac{(\rho v)_{i,j+1,k} - (\rho v)_{i,j-1,k}}{2h} - \frac{(\gamma \rho)_{i+1,j,k} - 2(\gamma \rho)_{i,j,k} + (\gamma \rho)_{i-1,j,k}}{h} - \frac{(\delta \rho)_{i,j+1,k} - 2(\delta \rho)_{i,j,k} + (\delta \rho)_{i,j-1,k}}{h} = f_{i,j,k}$$

Чтобы получить монотонно обратную разностную схему, перепишем последнее уравнение в виде:

$$\rho_{i,j,k+1} = \rho_{i,j,k} - \frac{\tau}{2h} \left[ \begin{aligned} & (\rho u)_{i+1,j,k} - (\rho u)_{i-1,j,k} + (\rho v)_{i,j+1,k} - (\rho v)_{i,j-1,k} + \\ & + 4(\gamma \rho)_{i,j,k} - 2(\gamma \rho)_{i+1,j,k} - 2(\gamma \rho)_{i-1,j,k} + \\ & + 4(\delta \rho)_{i,j,k} - 2(\delta \rho)_{i,j+1,k} - 2(\delta \rho)_{i,j-1,k} \end{aligned} \right] + \tau f_{i,j,k} \quad (2.27)$$

Потребуем, чтобы все коэффициенты при  $\rho$  в правой части были неотрицательны. Такое требование приводит к следующим ограничениям:

$$\text{для } \rho_{i,j,k} : \frac{1}{\tau} - \frac{2\gamma_{i,j,k}}{h} - \frac{2\delta_{i,j,k}}{h} \geq 0;$$

$$\text{для } \rho_{i+1,j,k} : \frac{\gamma_{i+1,j,k}}{h} - \frac{u_{i+1,j,k}}{2h} \geq 0;$$

$$\text{для } \rho_{i-1,j,k} : \frac{\gamma_{i-1,j,k}}{h} + \frac{u_{i-1,j,k}}{2h} \geq 0;$$

$$\begin{aligned} \text{для } \rho_{i,j+1,k} &: \frac{\delta_{i,j+1,k}}{h} - \frac{v_{i,j+1,k}}{2h} \geq 0; \\ \text{для } \rho_{i,j-1,k} &: \frac{\delta_{i,j-1,k}}{h} + \frac{v_{i,j-1,k}}{2h} \geq 0; \\ \text{при } \forall i \in [0, n], j \in [0, n], k \in [0, m]. \end{aligned}$$

Из неравенств следует критерий для функций  $\gamma(x, y)$  и  $\delta(x, y)$ :

$$\gamma \geq \frac{\|u\|_{\infty, \Omega}}{2}, \quad \delta \geq \frac{\|v\|_{\infty, \Omega}}{2},$$

где  $\|f\|_{\infty, \Omega} = \max |f(x, y)|$ .

Из первого неравенства следует правило выбора шага по времени  $\tau$ :

$$\tau \leq \frac{h}{2(\|\gamma\|_{\infty, \Omega} + \|\delta\|_{\infty, \Omega})}.$$

Потребуем также, чтобы функции  $\gamma(x, y)$  и  $\delta(x, y)$  гладко совпадали с  $u(x, y)$  и  $v(x, y)$  соответственно по всей границе области  $\Omega$ .

Сконструируем функции  $\gamma(x, y)$  и  $\delta(x, y)$  следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} w(x, y) &= xy(1-x)(1-y) \\ \gamma(x, y) &= \begin{cases} \sqrt{(u(x, y)/2)^2 + \alpha \|u\|_{\infty, \Omega}^2 \exp(-\beta/w(x, y))}, & \text{если } w(x, y) > 0, \\ |u(x, y)/2|, & \text{если } w(x, y) \leq 0; \end{cases} \\ \delta(x, y) &= \begin{cases} \sqrt{(v(x, y)/2)^2 + \alpha \|v\|_{\infty, \Omega}^2 \exp(-\beta/w(x, y))}, & \text{если } w(x, y) > 0, \\ |v(x, y)/2|, & \text{если } w(x, y) \leq 0; \end{cases} \end{aligned} \right.$$

с настроечными параметрами  $\alpha > 0, \beta > 0$ , которые определяются из дополнительных соображений.

Определим достаточное условие для шага по времени. Учитывая, что  $w(x, y)$  достигает максимума на  $\Omega$  в точке  $(1/2, 1/2)$  со значением  $1/16$ , получаем

$$\tau \leq \frac{h}{(\|u\|_{\infty, \Omega} + \|v\|_{\infty, \Omega}) \sqrt{4\alpha \exp(-16\beta) + 1}}.$$

Итак, последними двумя формулами и (2.27) полностью определяется разностная схема, аппроксимирующая задачу с первым порядком точности.

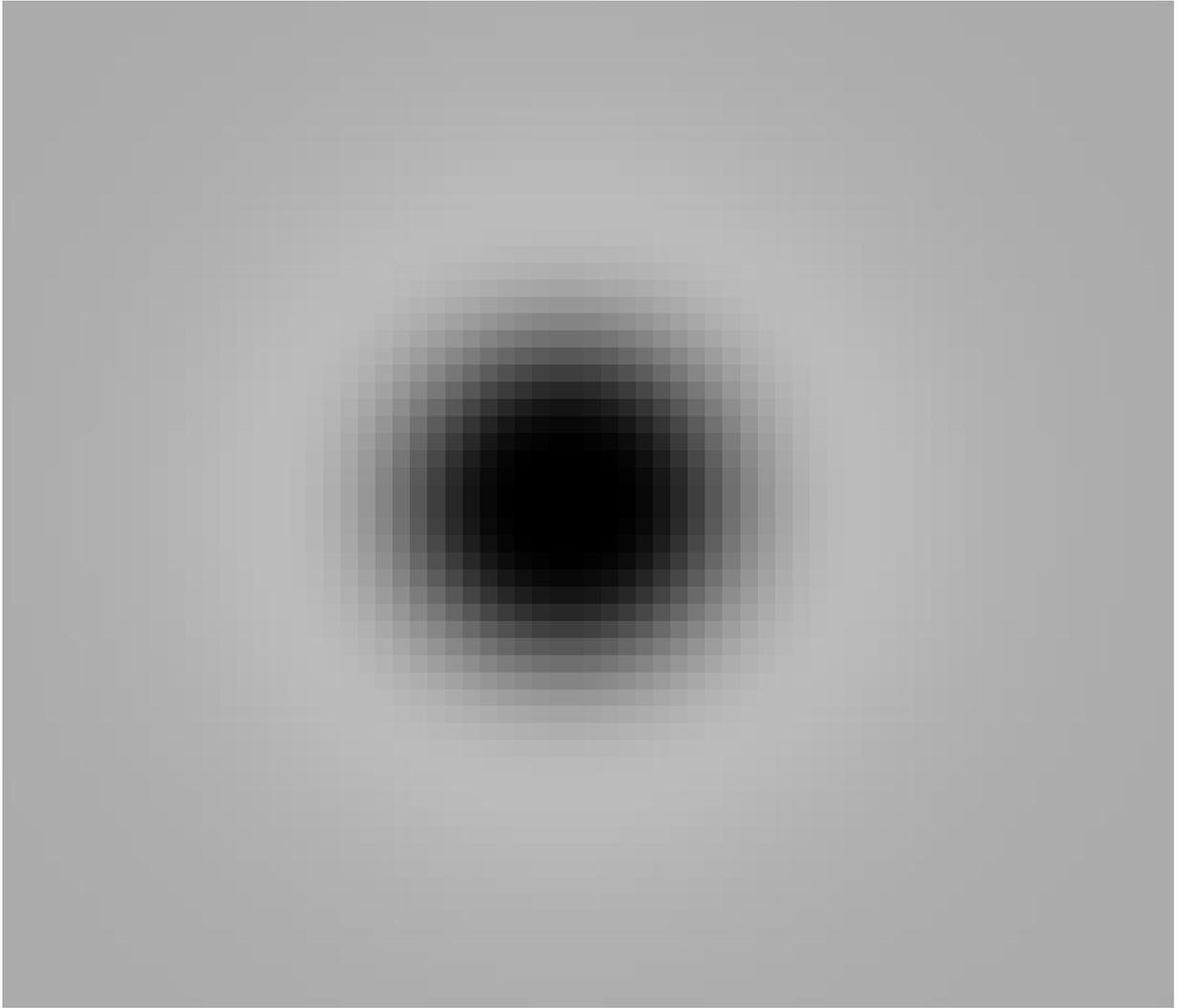


Рис. 2.1. Установившееся поле плотности в окрестности источника



Рис. 2.2. Разрез поля плотности через центр источника

В процессе вычислительного эксперимента решалась задача для уравнений неразрывности на пространственно-временной сетке с дополнительными условиями в виде нормированных компонент скорости, реализующих процесс типа «точечный источник» из середины области  $\Omega$ .

Для решения задачи использовалась распараллеленная явная схема с регуляризацией. При подготовке программы использовались компиляторы C/C++ v.6.0 фирмы Intel на МВС-1000/16, C/C++ фирмы Compaq на МВС-1000М. Задача была решена на 1, 4, 6 и 15 процессорах кластера МВС-1000/16, на 30, 60 и 100 процессорах кластера МВС-1000М с размером матрицы  $n = 300 \times 300, 600 \times 600, 1200 \times 1200$ , и количеством итераций, равным 500.

Вычислительная схема продемонстрировала устойчивую сходимость к стационарному процессу. Картина установившегося процесса качественно совпадает с теоретически известным решением. На рис. 2.1 изображено установившееся поле плотности в окрестности центра источника  $(0.5, 0.5)$ . Более тёмные области отвечают меньшей плотности, более светлые – большей. На рис. 2.2 приведён разрез поля плотности через центр источника. Здесь можно видеть точные значения плотности в центре области, в зоне волны и в невозмущённой части области  $\Omega$ .

**Заключение.** Таким образом, получена вариационно – разностная схема, обладающая первым порядком аппроксимации по  $\tau$  и  $h$ . Предварительные расчеты показали существенную зависимость характера эволюции теплового пятна от изменения вязкости в рамках рассматриваемой модели.

### Глава 3. Численное моделирование процессов взаимодействия в канале детонационного МГД-генератора с Т-слоем.

Целью работы являлось исследование в вычислительных экспериментах работы детонационного МГД-генератора с Т-слоем (рис. 3.1) в режиме высоких ( $\sim 100$  атм) давлений в канале генератора и определение его энергетических характеристик.

#### Математическая модель ДМГДГ

Математическая модель детонационного МГД-генератора с Т-слоем строилась с использованием квазиодномерного приближения, приближения малости индуцированных магнитных полей и приближения локального термодинамического равновесия. Кроме того, считалась выполненной гипотеза непроницаемости плазменного поршня. С учетом сделанных предположений, в основу математической модели ДМГДГ была положена следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A \rho}{\partial t} + \frac{\partial A \rho u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial A \rho u}{\partial t} + \frac{\partial A(\rho u^2 + P)}{\partial x} &= A j B + P \frac{\partial A}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial A E}{\partial t} + \frac{\partial A u (E + P)}{\partial x} = A(j \varepsilon + Q_{ini} + Q_{det} + Q_{rad})$$

$$\begin{aligned} E &= e + 0.5 \rho u^2 \\ j &= \sigma(\varepsilon - uB) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\hat{\mu} \frac{\partial I_v}{\partial x} + \chi_v I_v = 2\pi \chi_v I_v^r, \quad (3.3)$$

$$H = \int_0^\infty dv \int_{-1}^1 \hat{\mu} I_v d\hat{\mu},$$

$$Q_{rad} = \text{div} H,$$

$$Q_{ini} = \begin{cases} Q_{ini}(t, x), t - t_{ini} \in [0, \tau_{ini}], x - x_{ini} \in [-0.5\Delta_{ini}, 0.5\Delta_{ini}] \\ 0, \text{иначе} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$P = P(e, \rho), T = T(e, \rho) \quad (3.5)$$

$$\chi = \chi(P, T, v), \sigma = \sigma(P, T) \quad (3.6)$$

Здесь  $\rho$ ,  $u$ ,  $E_{pv}$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $A$  – соответственно, плотность, скорость, внутренняя энергия, давление, температура, сечение канала;  $Q_{det}$  – удельная мощность тепловыделений за фронтом детонационной волны;  $B$ ,  $j$ ,  $E$  – ненулевые компоненты векторов индукции внешнего магнитного поля  $\vec{B} = (0, 0, B)$  плотности тока  $\vec{j} = (0, j, 0)$  и напряженности электрического поля  $\vec{E} = (0, E, 0)$ ;  $I$ ,  $I^r$ ,  $v$ ,  $\hat{\mu}$ ,  $H$  – спектральная интенсивность излучения, спектральная

интенсивность равновесного излучения, частота фотонов, косинус угла между направлением движения фотона и осью  $x$ , спектральный поток излучения;  $E_{ini}$ ,  $\tau_{ini}$ ,  $\Delta_{ini}$ ,  $x_{ini}$  - энергия, затрачиваемая на инициирование Т-слоя, время инициирования, ширина зоны инициирования и координата центра зоны инициирования;  $\chi, \sigma, \mu$  - спектральные коэффициенты поглощения излучения, коэффициенты электропроводности и молекулярный вес;  $R_0$  - универсальная газовая постоянная.

Основу модели составила нестационарная система уравнений газодинамики для невязкого газа в канале переменного сечения (3.1). Граничные условия для системы (3.1) определялись геометрией канала. Слева задавались условия на непроницаемой стенке: к вычислительной области добавлялись фиктивные ячейки и применялась методика «зеркального состояния». Справа задавались условия свободного вылета: при сверхзвуковом истечении газа из канала дополнительные граничные условия не ставились, при дозвуковом – фиксировалось внешнее давление. Система (3.1) замыкалась уравнениями состояния, записанными в общем виде (3.5). Правые части системы (3.1) учитывали основные процессы преобразования энергии в канале ДМГДГ: детонационное горения горючей смеси, взаимодействие Т-слоя с магнитным полем, радиационный перенос, инициирование Т-слоя за фронтом детонационной волны.

Детонационное горение горючей смеси в модели учитывалось в приближении Чепмена-Жуге. Параметры вычислительной модели детонационной волны выбирались таким образом, чтобы скорость движения фронта волны и значения газодинамических параметров на фронте волны соответствовали экспериментальным данным, взятым из литературы. Методика расчета напряженности электрического поля в уравнении (3.2) определялась схемой нагрузки генератора. В вычислительной модели были реализованы две возможные схемы нагрузки: канал с идеально секционированными электродами и постоянным коэффициентом нагрузки и канал со сплошными электродами и постоянным сопротивлением нагрузки. Для расчета объемных радиационных потерь решалось уравнение переноса излучения для плоского слоя (3.3) с граничными условиями, соответствующими отсутствию падающего извне излучения

$$I_\nu(x_0, \hat{\mu}, \nu) = 0, I_\nu(x_N, \hat{\mu}, \nu) = 0$$

Для решения уравнения (3.3) применялось многогрупповое приближение: весь спектр частот делился на группы, в каждой из которых спектральный коэффициент поглощения полагался постоянным, и осуществлялась дискретизация по направлению движения фотонов. Инициирование Т-слоя моделировалось подводом в область инициирования в течение короткого промежутка времени энергии  $E_{ini}$ , достаточной для разогрева газа в этой области до температуры  $\sim 10^4$  К. Подводимая энергия

изменялась синусоидально во времени (3.4), что имитировало разряд батареи конденсаторов.

Решение системы уравнений (3.1) проводилось с помощью численных методов газодинамики, относящихся к классу проекционно-эволюционных upwind-методов. В вычислительной модели реализовано два метода этого класса: MP2 и WENO3. В методе MP2 на шаге реконструкции использован подход монотонных ограничителей, в WENO3 – методика построения адаптивных шаблонов реконструкции на основе WENO-подхода. На шаге эволюции для решения задачи Римана в обоих методах применялся метод Roe. В методе MP2, кроме того, на шаге эволюции реализована методика переключения на более быстрый метод расщепления простых переменных в «гладких» областях течения. Реализованные методы являются методами второго порядка точности по пространству и по времени. Метод MP2 рассчитан на применение в случае уравнений состояния политропного газа. Метод WENO3 обобщен с помощью процедуры релаксации энергии на случай уравнений состояния, заданных в общем виде (3.5).

В вычислительной модели были реализованы уравнения состояния идеального и реального газа следующего вида: калорическое уравнение состояние реального газа

$$T(e, p) = \frac{(\gamma - 1)e}{\mu R_0 \rho}$$

термическое уравнение состояния идеального политропного газа

$$P(e, p) = (\gamma - 1)e,$$

и приближенное термическое уравнение состояния реального газа

$$P(e, p) = (\gamma - 1)ef(\rho, e),$$

Здесь  $\gamma = const$  - показатель адиабаты,  $\mu = \mu(P, T)$  - молекулярный вес,  $f$  - поправочная функция, выбранная на основе анализа теплофизических свойств рабочего газа. Теплофизические, электрофизические и радиационные свойства рабочего газа  $\chi(P, T, \nu), \sigma(P, T), \mu(P, T)$  насчитывались с помощью пакета программ MONSTR (ИПМ РАН) и вводились в расчетную программу в виде таблиц. При интерполяции табличных данных использовалась методика логарифмической интерполяции.

Вычислительная модель ДМГДГ реализована в виде комплекса программ, включающего: основную расчетную программу, предназначенную для проведения вычислительных экспериментов, моделирующих работу ДМГДГ, программу для проведения тестирования моделей радиационного переноса, программу для проведения тестирования методов газодинамики на основе различных конфигураций задачи Римана, программу обработки насчитанных в процессе вычислительного эксперимента данных, пакет программ для формирования таблиц свойств рабочих газов на основе данных, насчитанных

с помощью программы MONSTR. В основную программу входит модуль визуализации параметров течения в канале ДМГДГ в процессе численного счета.

Комплекс программ разрабатывался на языке C++ с использованием объектно-ориентированного подхода, что позволило достичь определенной гибкости в настройке расчетной программы. При проведении вычислительного эксперимента пользователь имеет возможность выбрать среди реализованных вариантов все основные параметры вычислительной модели: вычислительный метод, граничные условия, схему нагрузки, метод расчета радиационных потерь, начальные параметры горючей смеси, геометрию канала генератора, параметры вычислительных моделей иницирования Т-слоя и детонационной волны, уравнение состояния, свойства рабочего газа. Кроме того, пользователь может указать какие данные необходимо сохранять в процессе численного счета для проведения их последующего анализа.

### *Результаты вычислительных экспериментов*

Проведен вычислительный эксперимент для ДМГДГ низкого давления. Рассмотрена динамика процессов в канале ДМГДГ; сделан вывод о том, что иницирование Т-слоя за фронтом детонационной волны в принципе позволяет организовать генераторный процесс с получением полезной энергии.

Выполнен сравнительный анализ характеристик ДМГД-генераторов низкого и высокого давления. Показано, что ДМГДГ низкого давления с учетом ограничений на размеры канала, накладываемые характерными размерами Т-слоя, обладает отрицательным КПД. Напротив, ДМГДГ высокого давления обеспечивает высокую удельную мощность, большой характерный размер Т-слоя и положительный КПД. Анализ радиационных потерь из Т-слоя показал, что эффект запираения излучения в генераторе высокого давления существенно влияет на энергетические характеристики генератора (рис. 3.3).

Проведена оптимизация параметров генератора. Был выбран базовый набор параметров ДМГДГ и на его основе проведен ряд экспериментов, в которых варьировались значения параметров генератора. В задачу оптимизации входило исследование возможности снижения энергии иницирования Т-слоя, увеличения скорости потока газа в электродной секции, стабилизации коэффициента нагрузки на уровне 0.7-0.8, увеличения мощности, эффективности преобразования энергии и характерных размеров Т-слоя. Был оптимизирован ряд параметров иницирования Т-слоя и геометрии канала, исследовано влияние начального давления продуктов сгорания и распределения магнитного поля в электродной секции. Вычислительный эксперимент для генератора с оптимизированными

параметрами (рис. 3.2.) позволил получить оценки энергетических характеристик детонационного МГД-генератора с Т-слоем:

Полное время работы	12 мс
Объем электродной секции	10.5 м <sup>3</sup>
КПД	10 %
Энергия выделившаяся на нагрузке	49 МДж
Характерный размер Т-слоя	0.35 м
Мощность	1.4 ГВт
Удельная мощность	380 МВт/м <sup>3</sup>

При анализе энергобаланса ДМГДГ высокого давления было обнаружено явное превышение энергии джоулевой диссипации над радиационными энергопотерями (рис. 3.3А). Было сделано предположение, что джоулева диссипация расходуется также на увеличение внутренней энергии Т-слоя и на теплообмен с потоком газа. В области высокого давления в Т-слое, где устанавливается максимальная температура, идет нагрев толкающего газа, за счет чего увеличивается внутренняя энергия Т-слоя. Одновременно на правой границе Т-слоя (вниз по потоку) происходит остывание газа за счет значительно большего потока излучения, при этом газ теряет электропроводность и уходит в волну разрежения. В результате Т-слой движется вверх по потоку в сторону электромагнитной силы торможения и через него протекает часть потока толкающего газа. Для анализа этого явления было рассмотрено изменение энергий диссипации  $\Delta E_{dis}$ , излучения  $\Delta E_{rad}$  и внутренней энергии Т-слоя  $\Delta E_{layer}$  за время движения Т-слоя по каналу и рассчитана энергия теплообмена за этот период времени:

$$E_{he} = \Delta E_{dis} - \Delta E_{rad} - \Delta E_{layer}, \quad \Delta E = E_*(t_2) - E(t_1)$$

Динамика изменения энергий для генератора ДМГДГ базовой конфигурации представлена на рис. 3.4. Энергия теплообмена составила ~10-20 % от энергии джоулевой диссипации. Указанная часть энергии джоулевой диссипации фактически характеризует проницаемость плазменного поршня. Оценка плотности тепловой мощности потока через Т-слой дает величину 200 МВт/м<sup>2</sup>.

Вычислительные эксперименты показали, что энергетические характеристики ДМГДГ улучшаются с повышением показателя адиабаты. В

приближении политропного газа показатель адиабаты является константой, тогда как показатель адиабаты реального газа существенно зависит от температуры. В частности, он имеет более высокие значения в потоке толкающего газа и в центральной области Т-слоя, и более низкие на границах Т-слоя. Качественное влияние указанной зависимости показателя адиабаты от температуры на энергетические характеристики ДМГДГ было проверено в вычислительном эксперименте с использованием приближенного термического уравнения состояния реального газа (3.6). Характерное распределение показателя адиабаты в Т-слое, полученное в численном эксперименте, представлено на рис. 3.5. Результаты эксперимента позволили сделать вывод о том, что понижение показателя адиабаты на границах Т-слоя не ухудшает характеристики генератора (КПД составил 12 %), так что полученные для оптимизированного ДМГДГ оценки мощности и эффективности можно считать оценками «снизу».

### **Возможность экспериментальной проверки**

В ИВМ СО РАН имеется экспериментальная установка, с помощью которой может быть проведено экспериментальное исследование детонационного МДГ-генератора с Т-слоем. На основе вычислительной модели был проведен вычислительный эксперимент для ДМГДГ низкого давления, с параметрами соответствующими этой установке, в котором были рассчитаны характеристики генератора, которые могут быть зафиксированы в физическом эксперименте. Аналогичные расчеты были сделаны для экспериментальной установки, имеющейся в ИГ СО РАН. Экспериментальные исследования ДМГДГ высокого давления невозможны, в данный момент, из-за трудности создания достаточно сильных магнитных полей (Установки ИВМ СО РАН и ИГ СО РАН обеспечивают магнитное поле не выше 2 Тл.)

### **Применение ДМГДГ на борту ГЛА**

В качестве практического применения, рассмотрено применение детонационного МДГ-генератора как источника энергии и тяги на борту гиперзвукового летательного аппарата. Энергетически выгодно осуществлять прогрев воздуха перед аппаратом с целью снижения лобового сопротивления. Для осуществления такого прогрева на борту гиперзвукового летательного аппарата требуется источник электрической энергии с непрерывной мощностью 0.5 ГВт, КПД ~20 %. Источник должен обладать минимальными габаритными размерами и работать на кислородно-водородной или воздушно-водородной смеси. Результаты вычислительных экспериментов показывают, что характеристики ДМГДГ близки к требуемым.

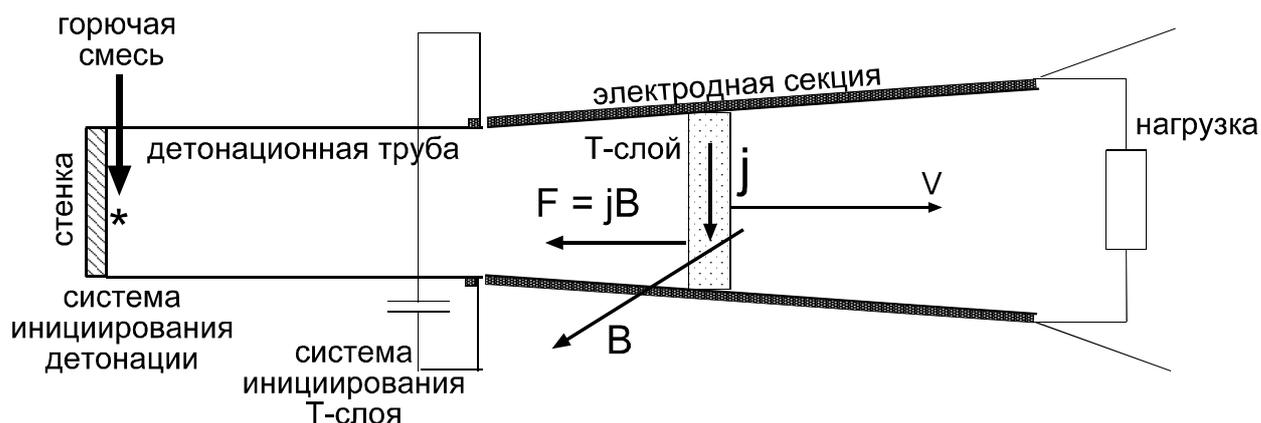


Рис. 3.1. Схема детонационного МГД-генератора. При сгорании горючей смеси по детонационной секции движется детонационная волна. При достижении приэлектродной области за ее фронтом вкладывается энергия на Т-слоя. На движущийся по электродной секции в магнитном Т-слоя действует электродинамическая сила, стремящаяся его затормозить. Т-слой ведет себя как поршень, проталкивая который совершает работу, часть которой идет на поддержание Т-слоя, выделяется в нагрузку в виде полезной энергии.

Конфигурация канала	Детонационная секция длиной 2 м постоянного сечения 2 м с соплом на выходе высотой 0.5 м; электродная секция длиной 8.5 м с раскрывом по каждому электроду 5°; диффузор длиной 0.5 м с линейным увеличением выходного сечения в 1.5 раза; единичная ширина канала 1 м.
Параметры смеси	Начальное давление горючей смеси 30 атм, продуктов сгорания 10 атм; кислородно-водородная смесь с показателем адиабаты 1.25, тепловым эффектом реакции горения 6.6 МДж/кг смеси.
Параметры инициирования Т-слоя	Энергия инициирования 8 МДж; время вклада энергии на разогрев Т-слоя 320 мкс; размер области вклада энергии 0.02 м; положение фронта детонационной волны относительно критического сечения сопла в момент начала вклада энергии 0.05 м.
МГД параметры	Величина магнитного поля на входе в электродную секцию 15 Тл, далее поле линейно падает до 5 Тл, так что магнитный поток сохраняется; постоянное сопротивление нагрузки $5 \cdot 10^{-3}$ Ом.

Рис. 3.2. Оптимизированная конфигурация ДМГДГ.

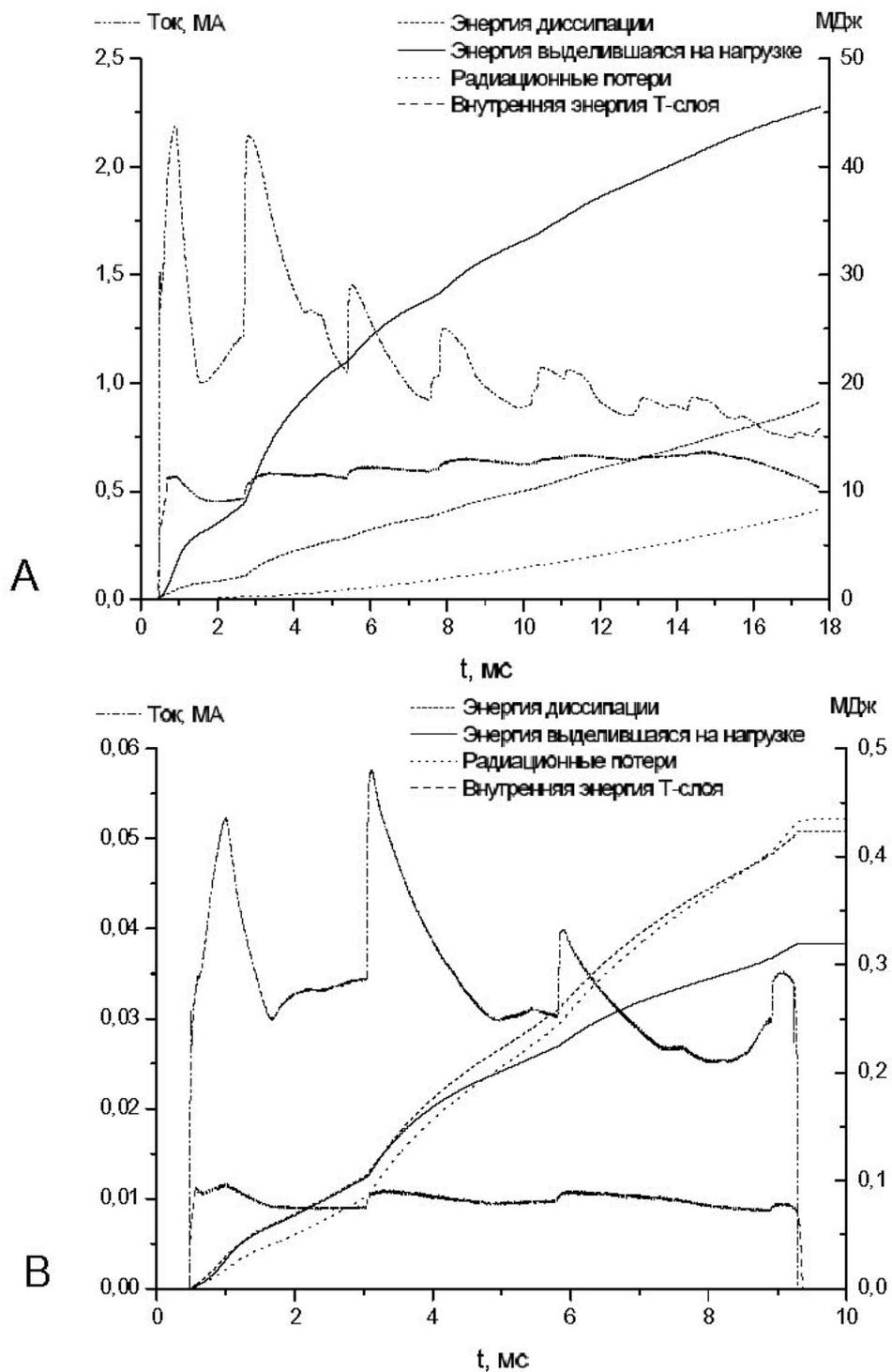


Рис. 3.3. Энергетические характеристики ДМГД-генераторов высокого (А) и низкого (В) давления.

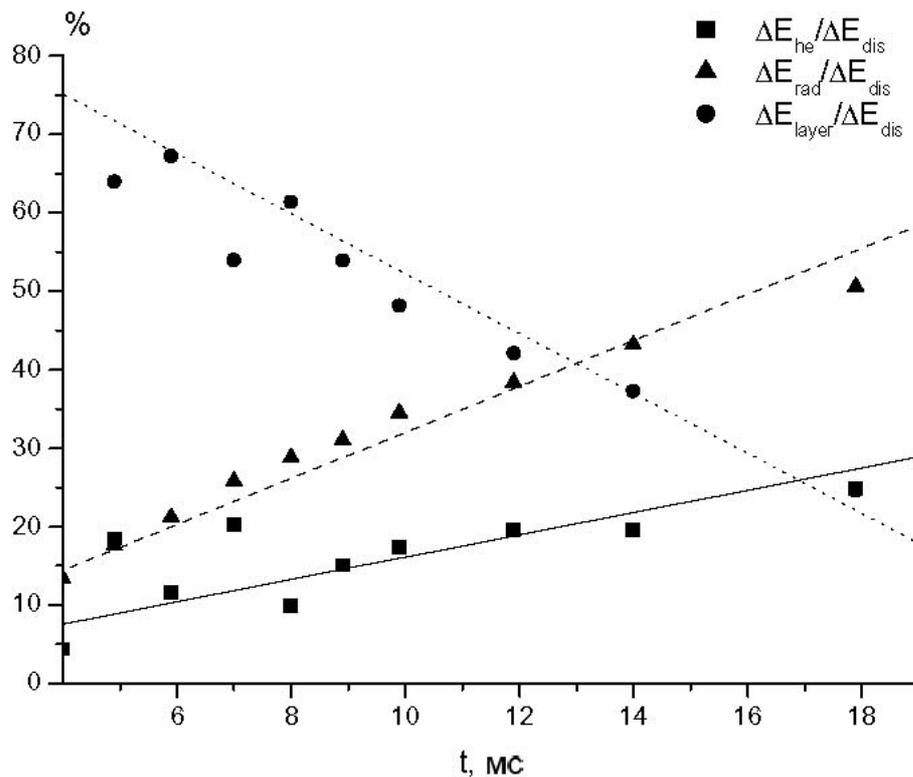


Рис. 3.4. Динамика изменения внутренней энергии Т-слоя, излучения и тепломассообмена в генераторе базовой конфигурации.

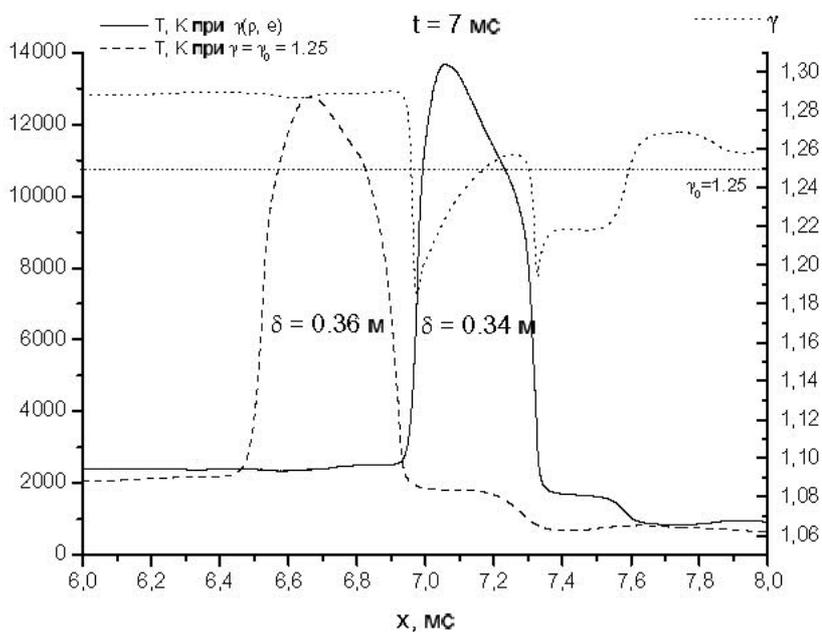


Рис. 4.5. Температурный профиль Т-слоя и распределение  $\gamma$  в Т-слое оптимизированного ДМГДГ для случаев реального и политропного  $\gamma_0 = 1.25$  газа.

## Глава 4. Численное моделирование периодического режима работы ГПВРД с МГД-управлением газовым потоком

В настоящее время в ведущих странах мира активно ведутся работы по созданию гиперзвукового самолета. Одним из важнейших направлений исследований по данной проблеме является разработка высокоэффективного гиперзвукового воздушно-реактивного двигателя (ГПВРД). Известно, что эффективность работы ГПВРД со сверхзвуковой скоростью потока в камере сгорания уменьшается с увеличением скорости полета. Причем основные потери происходят в камере сгорания, так как, во-первых, при подводе тепла в сверхзвуковой поток существенно увеличиваются относительные потери работоспособности газа, во-вторых, из-за больших скоростей потока качество смешения газообразного топлива с воздухом на ограниченной длине существенно ухудшается и, следовательно, падает полнота сгорания. Расчетные оценки показывают, что применение ГПВРД по этой причине ограничено, по-видимому, числами Маха полета, не превышающими 11-12. В то же время термодинамические расчеты показывают, что имеется существенный запас по удельным характеристикам. Этот запас частично может быть реализован посредством перестройки структуры течения с использованием МГД-взаимодействия.

В Институте вычислительного моделирования СО РАН и Институте теоретической и прикладной механики СО РАН был разработан принцип МГД-управления газовым потоком в тракте ГПВРД, основанный на создании в потоке локальных плазменных областей (Т-слоев) с температурой  $\sim 10^4$  К, взаимодействующих с внешним магнитным полем, с целью повышения удельных характеристик двигателя. Использование эффекта Т-слоя в ГПВРД позволяет попутно получать электрическую энергию на борту самолета, часть которой идет на инициацию Т-слоев и создание магнитного поля, другая потребляется как полезная энергия.

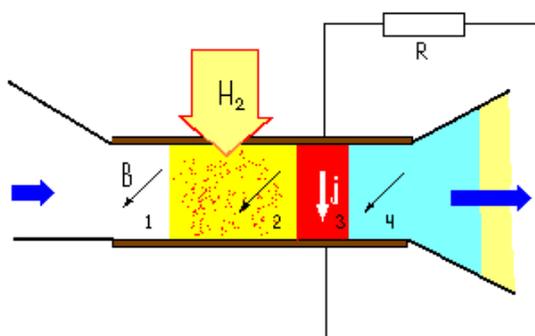


Рис. 4.1. Принципиальная схема ГПВРД с МГД-управлением потоком и структура течения.

Принцип МГД-управления газовым потоком основан на следующих физических процессах (Рис. 4.1.). Набегающий воздушный поток тормозится и сжимается в воздухозаборнике, поступая затем на вход камеры сгорания, конструктивно совмещенной с МГД-каналом. Здесь система инициирования путем пробоя газа периодически создает высокотемпературные токовые слои. Режим МГД-взаимодействия выбирается таким, чтобы джоулева диссипация компенсировала потери энергии, при этом устанавливается режим самоподдержания электропроводящего плазменного состояния локальной зоны потока, в то же время необходимо, чтобы во внешней цепи накопилась энергия, достаточная для инициирования последующего Т-слоя. Самоподдерживающийся Т-слой в потоке газа является своеобразным плазменным поршнем, к которому приложена тормозящая электромагнитная сила, перестраивающая структуру течения в камере сгорания ГПВРД. При торможении Т-слоя в тракте ГПВРД формируется нестационарная структура течения, состоящая из следующих зон: 1 - невозмущенное течение газа, 2 - ударно-сжатый газ, 3 - токовый слой, 4 - область волны разрежения (Рис. 4.1.). С помощью изменения характеристик (МГД-взаимодействия коэффициент нагрузки  $K$ , величина индукции магнитного поля  $B$ ) можно управлять величиной приложенной к Т-слою электромагнитной силы, протяженностью зон и значениями физических параметров в них. Сжигание топлива предлагается производить в области ударно-сжатого газа, здесь выше давление, а скорость потока существенно ниже входной, что способствует более эффективному сжиганию топлива. Кроме того, сжигание топлива в зоне ударно-сжатого газа выгодно с точки зрения термодинамики, т.к. при этом повышается средняя температура подвода тепла при неизменной средней температуре потока. В сопловой части газовый поток ускоряется, создавая тяговый импульс.

Ранее в ИВМ СО РАН была исследована структура течения в тракте ГПВРД с одним Т-слоем на основе решения одномерной системы уравнений газовой динамики в лагранжевых координатах с учетом теплоты сжигания топлива в области ударно-сжатого газа. Расчет структуры течения дополнялся определением балансов энергии и импульса для всех зон потока и общей эффективности МГД-процесса. С помощью функциональной математической модели были рассчитаны удельные тяговые характеристики двигателя для каждой зоны газового потока, которые затем осреднялись за время рабочего цикла (пролетное время Т-слоя). Данные расчеты показали, что применение МГД-управления с Т-слоем может повысить величину удельного импульса ГПВРД до 50%.

Проведенные расчеты показали принципиальную возможность использования МГД-управления с Т-слоем для расширения диапазона работы двигателя по числам Маха и улучшения удельных тяговых характеристик. Для определения возможности практического использования МГД-управления необходимо решить множество разнообразных проблем, в том числе исследование периодического режима работы.

Одним из основных факторов, влияющих на структуру течения в тракте ГПВРД с МГД-управлением, являются ударные волны и волны разрежения, которые образуются при взаимодействии Т-слоя с магнитным полем. При этом волновые возмущения взаимодействуют между собой и с Т-слоями, периодически создаваемыми системой инициирования, и, тем самым, существенно влияют на структуру Т-слоя и характеристики течения в тракте ГПВРД.

Численное моделирование структуры нестационарного газодинамического течения в тракте ГПВРД проводилось на основе решения системы нестационарных уравнений газовой динамики в эйлеровых координатах

$$\frac{\partial \rho F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u F}{\partial x} = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \rho u F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 F}{\partial x} + \frac{\partial p F}{\partial x} = j B F + p \frac{\partial F}{\partial x}, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \rho F (e + \frac{u^2}{2})}{\partial t} + \frac{\partial \rho u F (e + \frac{u^2}{2})}{\partial x} + \frac{\partial \rho u F}{\partial x} = \quad (4.3)$$

$$= (j E + q_{in} + q_f - q_R) F,$$

$$j = \sigma E, \quad E = (1 - K) u B, \quad (4.4)$$

$$p = R \rho T, \quad E = c_v T. \quad (4.5)$$

Здесь  $\rho$  - плотность газа,  $F(x)$  - сечение канала,  $u$  - скорость,  $t$  - время,  $x$  - координата,  $p$  - давление,  $j$  - плотность тока,  $e$  - внутренняя энергия,  $E$  - напряженность электрического поля,  $q_{in}$  - мощность тепловыделения при инициировании,  $q_f$  - удельная теплота сгорания топлива,  $q_R$  - радиационные потери энергии,  $\sigma$  - электропроводность,  $T$  - температура.

Граничным условием на входе являются параметры, соответствующие параметрам на выходе из воздухозаборника, которые были рассчитаны предварительно с учетом необратимых потерь энергии на косых скачках, граничное условие на выходе соответствует свободному вылету, т.е. задается равенство нулю производных параметров. Начальным условием является сверхзвуковое невозмущенное течение газа.

Величина радиационных потерь энергии определялась в приближении объемного излучателя в виде  $q_R = 2 \sigma_R \varepsilon(T, p, \delta) T^4 / \delta$ . Здесь  $\sigma_R$  - постоянная Стефана-Больцмана,  $\varepsilon$  - коэффициент черноты плоского излучающего слоя,  $\delta$  - толщина излучающего слоя. Теплофизические и радиационные свойства рабочего газа (продуктов сгорания водорода в воздухе) рассчитывались с помощью пакета прикладных программ MONSTR и вводились в программу в виде таблиц  $\sigma(T, p)$ ,  $\varepsilon(T, p, \delta)$ ,  $\mu(T, p)$ ,  $\chi(T, p)$ .

Система уравнений (4.1) - (4.5) решалась явным методом Мак-Кормака. В связи с тем, что течение содержит области с большими градиентами

параметров (Т-слои, ударные волны) для устранения осцилляций и увеличения точности расчетов использовался метод коррекции потоков FCT.

Ниже представлены результаты моделирования течения со следующими параметрами сверхзвукового потока на входе в камеру сгорания:  $T=600$  К,  $p=4.5 \cdot 10^4$  Па,  $u=1500$  м/с. Параметры МГД-взаимодействия:  $K=0.8$ ,  $B=2$  Т. В ходе численного моделирования был исследован периодический режим работы, когда на входе в камеру сгорания инициируются Т-слои с частотой 500 Гц.

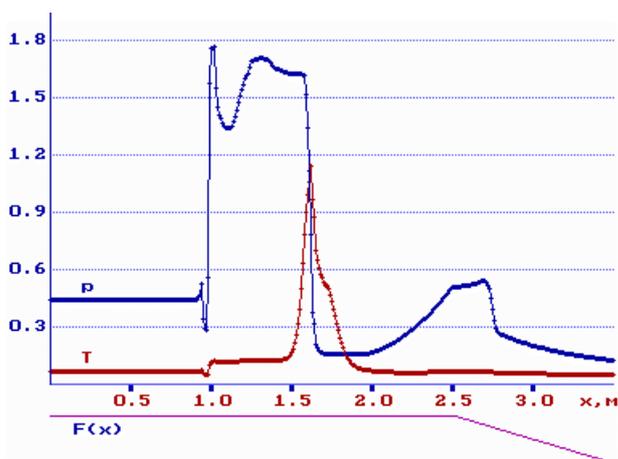


Рис. 4.2. Распределение температуры (масштаб  $10^4$  К) и давления ( $10^5$  Па) в тракте в момент времени  $t=10^{-3}$  с.

Нестационарный процесс начинается в начальный момент времени инициированием первого Т-слоя, которое моделируется заданием  $q_{in}$  в виде синусоидального импульса длительностью  $10^{-4}$  с на входе в канал. Мощность тепловыделения задается такой, чтобы за это время температура в локальной области потока поднималась до значения  $\approx 10^4$  К, что сопровождается соответствующим повышением давления. В это же время электропроводящий газ начинает взаимодействовать с магнитным полем, при этом вверх по потоку отходит ударная волна, вниз - волна разрежения (Рис. 4.2).

За счет индуцированного электрического поля в газе начинает течь ток, компенсирующий радиационные потери энергии и обеспечивающий режим самоподдерживания Т-слоя. За фронтом ударной волны заданием величины  $q_f=3.5 \cdot 10^6$  Дж (на 1 кг воздуха) моделируется выделение теплоты при сгорании топлива. Выделение теплоты повышает температуру газа в области ударно-сжатого газа до 1150 К (при  $q_f=0$  температура здесь около 830 К), увеличивает протяженность этой зоны примерно на 50% и в незначительной степени приводит к увеличению давления и скорости движения Т-слоя.

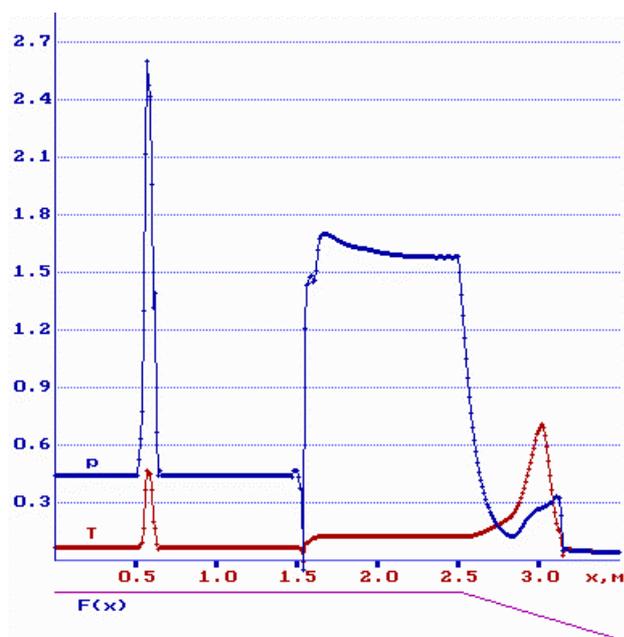


Рис. 4.3. Распределение температуры (масштаб  $10^4$  К) и давления ( $10^5$  Па) в тракте в момент времени  $t=2.05 \cdot 10^{-3}$  с.

К моменту времени  $10^{-3}$  с Т-слой формирует стабилизированную структуру, т.е. его параметры остаются в дальнейшем неизменными до выхода в сопловую часть. При входе Т-слоя в сопло температура газа в нем падает (Рис. 4.3), но при этом происходит ускорение этой массы газа. Применение эффекта Т-слоя в ГПВРД имеет положительную сторону по сравнению с чисто генераторным процессом, т.к. в данном случае энергия, затраченная на инициирование, не теряется, а вносит заметный вклад в тяговый импульс двигателя.

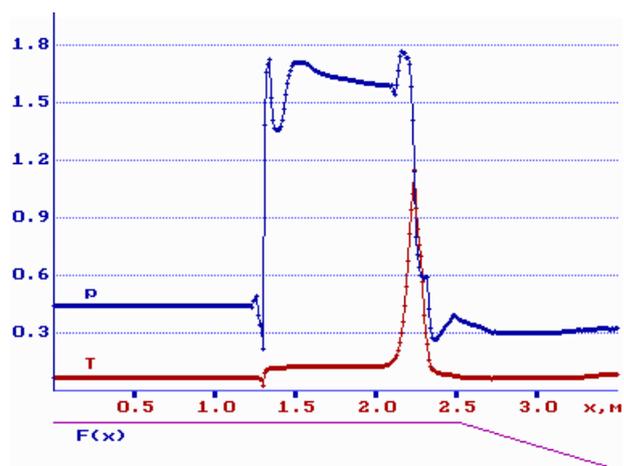


Рис. 4.4. Распределение температуры (масштаб  $10^4$  К) и давления ( $10^5$  Па) в тракте в момент времени  $t=3.8 \cdot 10^{-3}$  с.

В момент входа Т-слоя в сопловую часть происходит инициирование последующего Т-слоя (рис. 4.3). При этом в камере сгорания еще остается

ударно-волновое возмущение, которое движется вверх по потоку и при определенных параметрах МГД-взаимодействия фронт этой ударной волны может достигать вновь инициированного Т-слоя в пределах камеры сгорания, меняя коренным образом его энергетический баланс. В этом случае радиационные потери энергии с повышением давления возрастают прямо пропорционально, а скорость газа и, соответственно, джоулево тепловыделение уменьшаются, что в итоге приводит к быстрой потере электропроводности, прекращению МГД-взаимодействия и нарушению режима работы двигателя. Данный эффект является особенностью периодического режима и его необходимо учитывать. Для устранения распада Т-слоя необходимо подбирать параметры МГД-процесса, исключающие взаимодействие Т-слоя с ударной волной. Это условие накладывает дополнительные ограничения по сравнению с процессом с единичным Т-слоем.

В рассмотренном периодическом режиме происходит взаимодействие ударной волны с волной разрежения, отходящей от нового Т-слоя, но не происходит взаимодействия Т-слоя с ударной волной, т.к. она успевает выноситься из камеры сгорания (Рис. 4.4).

При увеличении коэффициента нагрузки до 0.7 и неизменных остальных параметрах процесса взаимодействие Т-слоя с ударной волной происходит уже в пределах камеры сгорания в момент времени  $t=3.2 \cdot 10^{-3}$  с, в дальнейшем температура, электропроводность газа и перепад давления на Т-слое уменьшаются, и МГД-взаимодействие практически прекращается (Рис. 4.5).

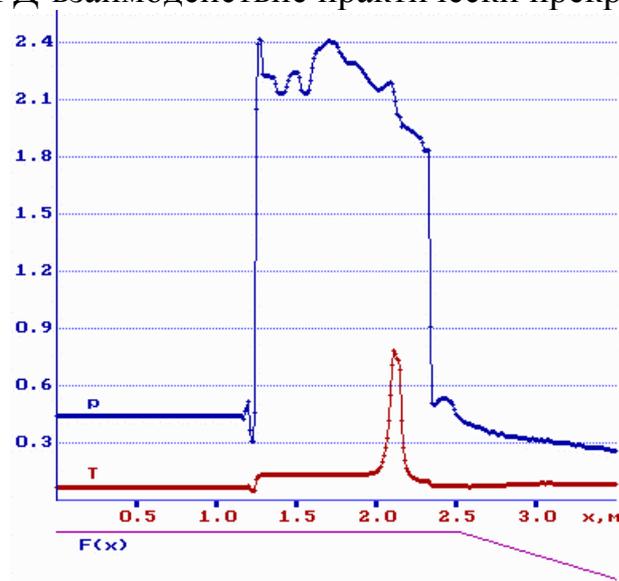


Рис. 4.5. Распределение температуры (масштаб  $10^4$  К) и давления ( $10^5$  Па) в тракте в момент времени  $t=3.8 \cdot 10^{-3}$  с при  $K=0.7$ .

Одной из важнейших характеристик МГД-процесса является эффективность преобразования энтальпии  $\eta_N$ , которая определяется как отношение полезной мощности, выделяемой в нагрузке, к тепловой мощности потока, вносимой через входное сечение камеры сгорания. Для

рассматриваемого режима величина  $\eta_N=17\%$  (при  $q_f=0$   $\eta_N=15\%$ ). Если учесть в определении  $\eta_N$ , что в камере сгорания теплосодержание потока увеличивается за счет теплоты сгорания топлива, то в этом случае значение  $\eta_N=7.5\%$ . Важнейшим требованием для организации периодического режима является воспроизводство достаточного количества электрической энергии для инициирования Т-слоев. В данном случае для инициирования одного Т-слоя затрачивалось  $1.6 \cdot 10^5$  Дж на единицу поперечного сечения канала, за пролетное время одним Т-слоем производится полезной энергии  $2.4 \cdot 10^5$  Дж/м<sup>2</sup>. При этом следует отметить, что параметры МГД-взаимодействия не были оптимизированы по производству полезной энергии.

Основным критерием эффективности работы двигателя являются удельная тяга -  $R_{ud}$  и удельный импульс-  $I_{ud}$ . Исходя из этого, оптимизация параметров МГД-взаимодействия проводилась с целью увеличения величины  $I_{ud}$ .

$$I_{ud} = \alpha L_0 (\varphi v_5 - v) / g \quad (4.6)$$

Где  $\alpha$  - коэффициент избытка воздуха;  $L_0$  – стехиометрический коэффициент;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\varphi$  - коэффициент, учитывающий неидеальность сопла;  $v$  - скорость набегающего потока.

Как видно из формулы (4.6), величина удельного импульса напрямую связана со значением  $v_5$  - скорости потока газа на выходе из сопла. Величина скорости  $v_5$  зависит от величины электромагнитной силы, приложенной к Т-слою. Под действием электромагнитной силы происходит увеличение температуры и давления газа в камере сгорания в результате чего при выходе в сопловую часть поток получает ускорение, что позволяет значительно увеличить величину  $v_5$ .

При расчетах периодического режима работы двигателя основные усилия были направлены на поиск оптимальных значений параметров внешнего магнитного поля  $B$  и коэффициента нагрузки  $K$ , а так же на подбор оптимальной частоты инициирования Т-слоев, при которой фронт ударно-волнового возмущения, распространяющегося вверх по потоку, не достигает вновь инициированного Т-слоя в пределах камеры сгорания. В противном случае происходит распад Т-слоя вследствие изменения его энергетического баланса и прекращения МГД-взаимодействия.

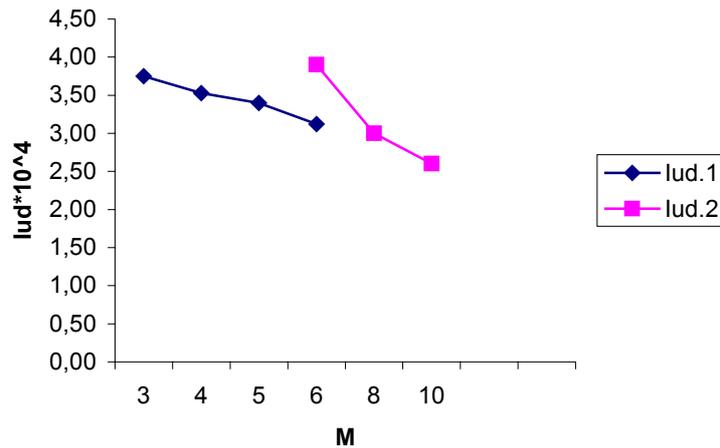


Рис. 4.5.  $I_{ud1}$  – удельный импульс для ПВРД без МГД-управления,  $I_{ud2}$  – удельный импульс ГПВРД с МГД-управлением

На рис. 4.5 приведены графики зависимости удельного импульса двигателя от числа Маха полета при оптимальных значениях частоты инициирования Т-слоев, а так же величины внешнего магнитного поля  $B$  и нагрузки  $K$ . Для сравнения на графике приведены значения  $I_{ud}$  для ПВРД без МГД-управления.

Из графика видно, что использование МГД-управления газовым потоком позволяет повысить значение  $I_{ud}$  на 15-25 % в области чисел Маха порядка 6 по сравнению с традиционными схемами реактивных двигателей и продвинуться в область с числами Маха полета 6-10.

Дальнейшее увеличение эффективности двигателя возможно за счет подбора значений частоты инициирования Т-слоев, а так же варьирования параметров МГД-взаимодействия. Исследование структуры течения в тракте ГПВРД позволили выявить особенности периодического режима работы и показали принципиальную возможность организации МГД-управления газовым потоком с помощью Т-слоя.

## **Глава 5. Энергетические характеристики процесса инициирования токового слоя в потоке газа**

Характеристики МГД-течения с самоподдерживающимся токовым слоем (Т-слоем) в значительной степени зависят от распределения физических параметров в высокотемпературной плазменной области, т.к. именно эта электропроводная зона потока взаимодействует с магнитным полем. Процесс инициирования токового слоя определяет начальную структуру плазменной области и, тем самым, влияет на дальнейшую эволюцию Т-слоя и эффективность его взаимодействия с магнитным полем и газовым потоком. Инициирование токового слоя происходит за счет энергии внешнего источника в отсутствие внешнего магнитного поля. Концентрированное Джоулево тепловыделение приводит к расширению начального, тонкого токопроводящего канала, образованного в результате искрового пробоя межэлектродного промежутка. При этом часть энергии внешнего источника идет на увеличение внутренней энергии газа, часть уносится из области разряда излучением, часть переходит в кинетическую энергию газа. Динамика процесса инициирования и соотношение составляющих энергобаланса зависят от следующих физических факторов: скорости подвода энергии, параметров газового потока, геометрии канала, теплофизических свойств газа. Дальнейшая эволюция токового слоя в МГД-канале определяется его взаимодействием с внешним магнитным полем.

Целью работы является определение основных факторов, влияющих на характеристики процесса инициирования токового слоя, и исследование особенностей взаимодействия электропроводного плазменного образования с поперечным магнитным полем.

### **Физическая постановка задачи**

При рассмотрении процесса инициирования токового слоя и его взаимодействия с внешним магнитным полем в канале постоянного сечения, имеющем два параллельных электрода, использовались следующие допущения.

1. Влияние индуцированного магнитного поля не учитывалось, т.к. его силовое воздействие увеличивает давление в зоне разряда существенно меньше ( $\sim 0,1$  МПа), чем газодинамический перепад давления, возникающий вследствие интенсивного и концентрированного Джоулева тепловыделения ( $\sim 1$  МПа и выше).
2. Радиационные потери энергии рассчитывались в приближении объемного излучателя, т.к. при рассматриваемом поперечном размере зоны разряда оптическая толщина составляет величину  $< 0,1$ .
3. Подвод энергии от внешнего источника моделировался заданием импульса напряженности электрического поля, приложенного к межэлектродному промежутку.

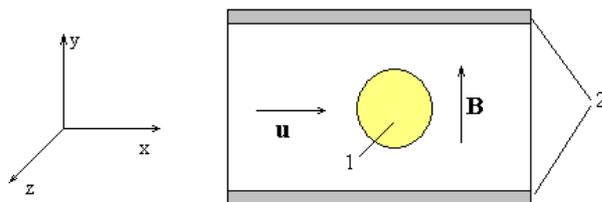


Рис.5.1. Сечение канала, являющееся расчетной областью задачи (1 – область разряда, 2 – боковые стенки канала).

Как известно из экспериментальных исследований, сильноточные разряды за пределами приэлектродных областей имеют максимальные изменения физических величин (вплоть до разрывов) в поперечном сечении и достаточно однородное распределение параметров в осевом направлении, причем ось разряда направлена вдоль линий электрического поля и, соответственно, перпендикулярно плоскости электродов. Поэтому для моделирования данного процесса закономерно использование двумерной постановки задачи в среднем поперечном сечении разряда (плоскость  $x, y$ ), равноудаленном от плоскости электродов (Рис. 5.1).

### Математическая формулировка задачи

Задача иницирования Т-слоя решалась на основе нестационарной системы уравнений газовой динамики в эйлеровой системе координат на плоскости пространственных переменных  $(x, y)$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial x} = j_z \cdot B_0,$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho \Sigma}{\partial t} + \frac{\partial \rho \Sigma u}{\partial x} + \frac{\partial \rho \Sigma v}{\partial y} + \frac{\partial P u}{\partial x} + \frac{\partial P v}{\partial y} = j_z E_z - q_{изл},$$

Здесь использованы стандартные обозначения:  $\rho$  - плотность,  $P$  - давление,  $\Sigma$  - удельная полная энергия,  $w=(u,v,0)$  – вектор скорости,  $j=(0,0,j_z)$  - вектор плотности тока,  $E=(0,0,E_z)$  - вектор напряженности электрического поля,  $B=(0,B_0,0)$  - вектор индукции магнитного поля,  $q_{изл}$  – мощность радиационных потерь энергии.

В правой части системы уравнений в соответствии с выбранной физической моделью учитывается сила Лоренца ( $j \times B$ ), джоулева диссипация ( $j \cdot E$ ) и излучение ( $q_{изл}$ ).

Система уравнений замыкается уравнением состояния идеального газа

$$P = (\gamma - 1)\rho\varepsilon,$$

где  $\gamma$  - показатель адиабаты, а  $\varepsilon$  - удельная внутренняя энергия. Удельная полная и внутренняя энергия связаны соотношением

$$\Sigma = \varepsilon + 0,5(u^2 + v^2).$$

Для определения плотности тока использовался закон Ома

$$j_z = \sigma E_z.$$

Здесь напряженность электрического поля  $E_z$  имеет два слагаемых. Первое описывает индуцированное поле, возникающее при движении электропроводного газа в магнитном поле, второе - от внешнего источника

$$E_z = (K - 1)uB_0 + E_i.$$

Уравнения газодинамики дополнены граничными условиями: на входе поток постоянный, на стенках задаются условия непротекания, на выходе поток свободно вытекает.

Начальным условием задачи является сверхзвуковое течение газа с локальным температурным возмущением, размеры которого малы по сравнению с шириной канала.

В расчетах использовалась схема Мак-Кормака второго порядка точности. Для данной задачи характерно наличие ударных волн и контактных разрывов, поэтому для решения дополнительно применялся метод локальной диссипации, который относится к классу FCT-методов и позволяет рассчитывать ударные волны и контактные разрывы с минимальным размазыванием.

Основная идея метода локальной диссипации заключается в том, что в области разрыва (определяемой анализатором) осуществляется переход от интегрирования “через разрыв” к левосторонним и правосторонним разностям. Такой переход позволяет полностью подавить схемную дисперсию с одной стороны от разрыва, там, где базовая схема приводит к осцилляциям решения. С другой же стороны от разрыва путем коррекции потоков устраняется влияние положительной схемной диффузии, инициирующей размазывание решения.

Теплофизические свойства газа вводились в программу в виде табличных зависимостей от давления и температуры.

В ходе математического моделирования проводилось исследование как процесса инициирования разряда в отсутствие внешнего магнитного поля, так и дальнейшей эволюции сформированного токового слоя при его взаимодействии с магнитным полем.

## Обсуждение результатов

Численное моделирование задачи проводилось в расчетной области с размерами 0.3 м и 0.15 м на разностной сетке 60\*30 ячеек. В качестве рабочего тела рассматривался воздух ( $\gamma=1.4$ ). Газодинамические параметры в начальный момент принимались однородными по всему каналу (кроме начальной области разряда)  $P=10^5$  Па,  $u=1500$  м/с,  $v=0$  м/с,  $T_\phi=1000$  К. В

разрядной области задавались температура  $T=8000$  К и давление  $P=8 \cdot 10^5$  Па (область: квадрат со стороной 0.025 м).

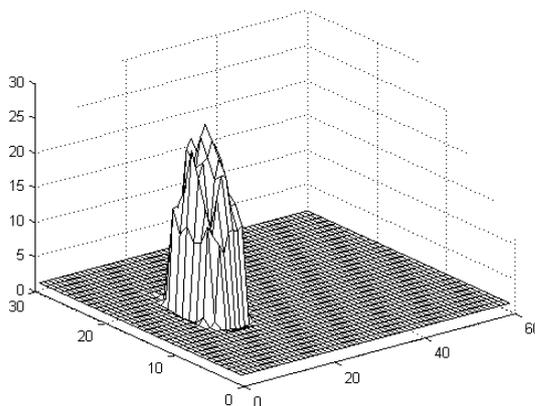


Рис. 5.2. Характерное распределение давления (масштаб  $10^5$  Па) при иницировании.

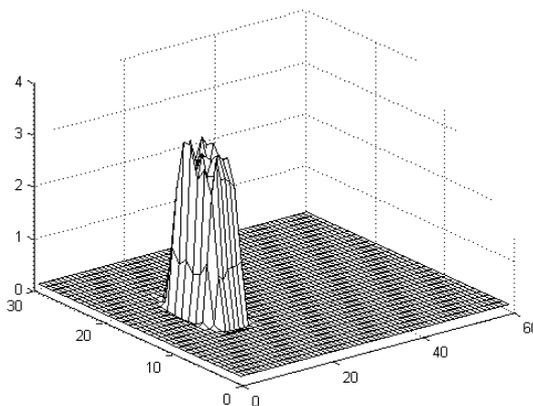


Рис. 5.3. Характерное распределение температуры (масштаб  $10^4$  К) при иницировании.

Результаты моделирования показывают, что концентрированное выделение энергии в узкой, локальной области потока приводит к резкому повышению температуры и давления, что вызывает образование ударной волны и радиальный разлет газа. При этом на начальной стадии процесса границы токопроводящей области практически совпадают с фронтом ударной волны (Рис. 5.2 и 5.3). Здесь и далее на рисунках по координатным осям  $x$  и  $y$  отложены номера расчетных точек.

При увеличении площади поперечного сечения разрядной области ударная волна отходит от зоны проводимости. В дальнейшем отражение ударной волны от стенок канала и взаимодействие отраженных ударных волн и волн разрежения приводят к тому, что от токового слоя вниз и вверх по потоку распространяются две ударные волны, а давление в зоне разряда выравнивается (Рис. 5.4). В итоге процесса иницирования в потоке газа создается высокотемпературная плазменная область с достаточно однородным распределением давления.

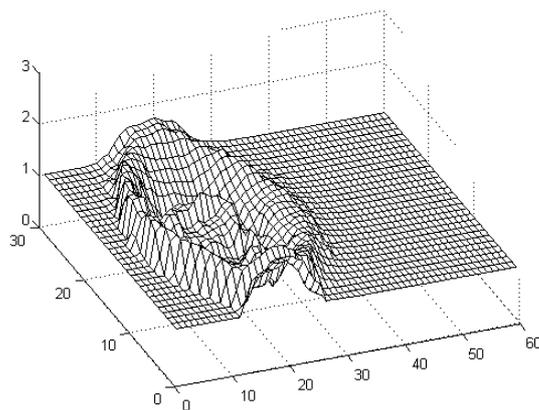


Рис.5.4. Распределение давления (масштаб  $10^5$  Па) после завершения подвода внешней энергии.

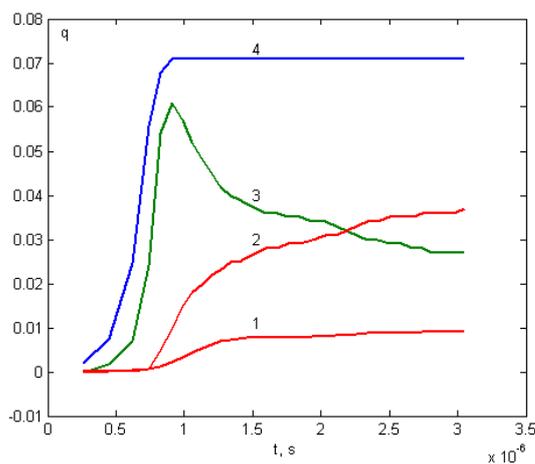


Рис. 5.5. Временные зависимости составляющих энергобаланса (масштаб  $10^5$  Дж) при значении  $E_0=6 \cdot 10^4$  В/м.

В ходе вычислительного эксперимента определялись энергетические характеристики процесса иницирования. На рис. 5.5 и 5.6 приведены временные зависимости всех составляющих энергобаланса: изменение кинетической энергии газа (кривая 1), энергия, унесенная из области разряда излучением (2), прирост внутренней энергии газа (3), суммарная энергия поступившая от внешнего источника (4). Приведенные зависимости отличаются амплитудой ( $E_0=6 \cdot 10^4$  В/м - рис. 5.5,  $E_0=2,4 \cdot 10^4$  В/м – рис. 5.6) и продолжительностью импульса напряженности электрического поля.

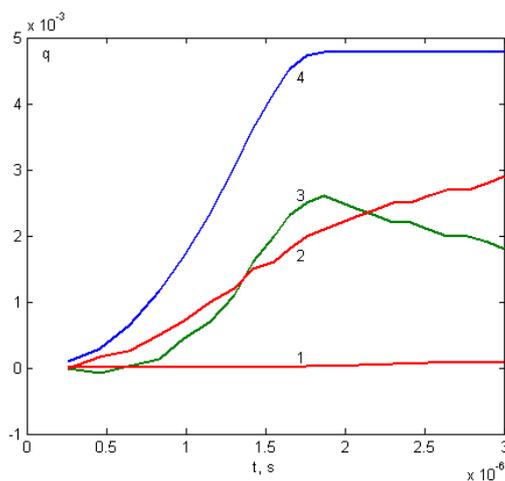


Рис. 5.6. Временные зависимости составляющих энергобаланса (масштаб  $10^5$  Дж) при значении  $E_0=2,4 \cdot 10^4$  В/м.

В первом случае к моменту окончания энергоподвода доля энергии, идущая на нагрев газа, примерно в три раза выше радиационных потерь. В дальнейшем газ в разрядной области продолжает излучать, теряя свою тепловую энергию, и расширяться, причем доля кинетической энергии не превышает величины  $\sim 10\%$ . Во втором случае прирост внутренней энергии газа примерно на 20% больше излученной энергии. Из сопоставления результатов очевидно, что в более быстром процессе эффективность подвода энергии, определяемая как отношение прироста внутренней энергии газа ко всей подведенной энергии, существенно выше. Однако при этом время подвода энергии должно быть достаточным для формирования токового слоя необходимого поперечного размера.

Исследовано также МГД-взаимодействие сформированного токового слоя с газовым потоком при постоянном магнитном поле ( $B_0=2$  Т). Взаимодействие плазменной области с магнитным полем приводит к ее торможению, что вызывает дальнейшую перестройку структуры течения. При торможении электропроводной части потока формируется волна сжатия,двигающаяся вверх по потоку, а в обратном направлении - волна разрежения. Структура токового слоя также перестраивается вследствие как силового взаимодействия с магнитным полем, так и энергетических механизмов: тепловыделения, вызванного индуцированным электрическим полем, конвективного и лучистого теплообмена. При этом максимум температуры перемещается к границе токового слоя, примыкающей к волне разрежения. Несмотря на то, что область токового слоя не перекрывает полностью сечения канала, в центре слоя развивается гидродинамическая неустойчивость, приводящая к разделению Т-слоя на две части (Рис. 5.7), которые обтекаются газовым потоком (Рис. 5.8).

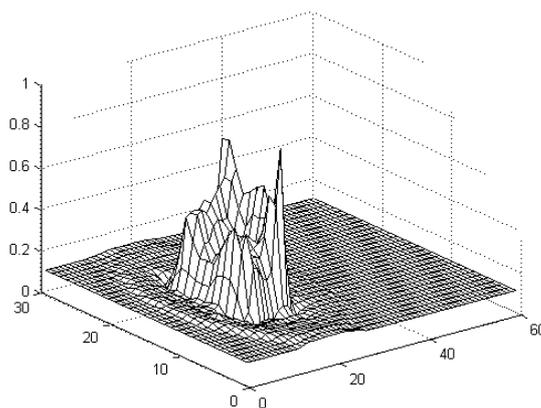


Рис. 5.7. Характерное распределение температуры (масштаб  $10^4$  К) при МГД-взаимодействии.

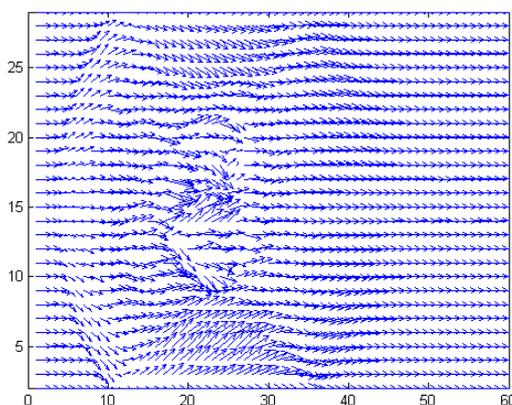


Рис. 5.8. Векторное поле скоростей в канале при МГД-взаимодействии.

Причиной развития гидродинамической неустойчивости типа Релей-Тейлора на границе раздела "неэлектропроводный газ - плазма" являются наличие градиента плотности и перепад газодинамического давления на Т-слое, а препятствуют этому - вязкость и процессы теплопереноса. Влияние вязкости, которое в данной математической модели не учитывалась, должно привести к замедлению развития гидродинамической неустойчивости.

### Заключение

Таким образом, математическая модель процесса иницирования Т-слоя позволяет изучить физическую суть явления и определить соотношение основных составляющих энергобаланса, таких как доля энергии внешнего источника, затраченная на нагрев газа, потери на излучение и кинетическая энергия, которую приобрел газ при расширении. Математическая модель позволяет также определить динамику формирования структуры Т-слоя в МГД-канале.

## Глава 6. Численное моделирование газодинамических процессов в экспериментальной установке УТ-2

Импульсный характер процесса, наличие фазы нестационарного течения, связанной с ударным запуском сопла, сложная картина течения в МГД-канале (наличие ударных волн, контактных разрывов) требуют тщательного изучения газодинамической структуры течения в тракте экспериментальной установки. Целью работы является математическое моделирование газодинамических процессов в установке УТ-2, которое позволит выявить качественную картину и количественные характеристики течения и поможет интерпретировать результаты экспериментов.

Математическое моделирование структуры течения проводилось на основе решения нестационарной одномерной системы уравнений магнитной газодинамики в эйлеровых координатах:

$$\frac{\partial \rho F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u F}{\partial x} = 0, \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial \rho u F}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 F}{\partial x} + \frac{\partial p F}{\partial x} = j B F + p \frac{\partial F}{\partial x}, \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho F (e + \frac{u^2}{2})}{\partial t} + \frac{\partial \rho u F (e + \frac{u^2}{2})}{\partial x} + \frac{\partial \rho u F}{\partial x} = \\ = (j E + q_{in} - q_R) F, \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$j = \sigma E, \quad E = (1 - K) u B, \quad (6.4)$$

$$p = R \rho T, \quad e = c_v T. \quad (6.5)$$

Здесь  $\rho$  - плотность газа,  $F(x)$  – текущее сечение тракта установки,  $u$  - скорость,  $t$  - время,  $x$  - координата,  $p$  - давление,  $j$  - плотность тока,  $e$  - внутренняя энергия,  $E$  - напряженность электрического поля,  $q_{in}$  - мощность тепловыделения при иницировании,  $q_R$  - радиационные потери энергии,  $\sigma$  - электропроводность,  $T$  – температура,  $K$  – коэффициент нагрузки,  $B$  – индукция внешнего магнитного поля.

Граничное условие на торцевой стенке камеры высокого давления задается исходя из условия непроницаемости, граничное условие на выходе соответствуют свободному вылету, т.е. задается равенство нулю производных от физических параметров. Начальным условием является состояние покоящегося газа с параметрами, соответствующими конкретному эксперименту. Функциональная зависимость сечения  $F(x)$  задана в соответствии с реальными геометрическими размерами всех составных частей экспериментальной установки.

Величина радиационных потерь энергии определялась в приближении объемного излучателя в виде  $q_R = 2\sigma_R \varepsilon(T, p, \delta) T^4 / \delta$ . Здесь  $\sigma_R$  - постоянная Стефана-Больцмана,  $\varepsilon$  - коэффициент черноты плоского излучающего слоя,  $\delta$  - толщина излучающего слоя. Теплофизические и радиационные свойства рабочего газа (в данном случае, аргона) вводились в программу в виде таблиц  $\sigma(T, p)$ ,  $\varepsilon(T, p, \delta)$ .

Система уравнений (6.1) - (6.5) решалась явным методом Мак-Кормака. В связи с тем, что течение содержит области с большими градиентами параметров (Т-слои, ударные волны) для устранения осцилляций и увеличения точности расчетов использовался метод коррекции потоков FCT.

Моделирование проводилось для процесса со следующими начальными параметрами газа.

- Камера высокого давления (КВД): рабочий газ – гелий,  $T=290$  К,  $p=6$  МПа.
- Камера низкого давления (КНД) и МГД-канал: рабочий газ – аргон,  $T=290$  К,  $p=200$  мм.рт.ст.
- 

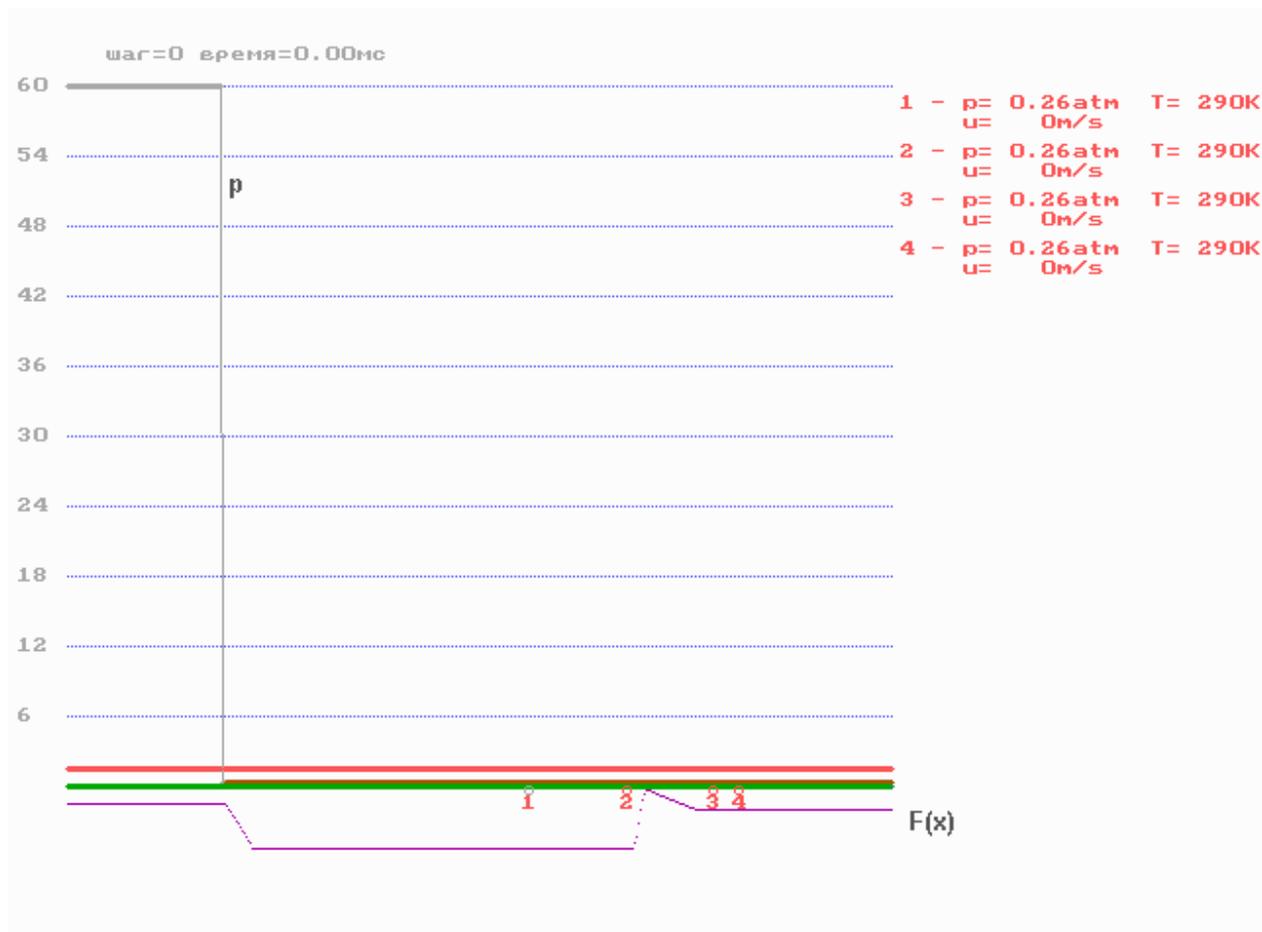


Рис. 6.1. Начальное распределение физических параметров в тракте экспериментальной установки УТ-2.

На рис.6.1 приведено начальное распределение температуры, давления и скорости вдоль тракта канала. В нижней части рисунка приведен график сечения  $F(x)$ . На оси  $x$  кружками с цифрами 1, 2, 3, 4 отмечены места

установки датчиков давления, а в верхнем правом углу выведены числовые значения параметров (давления, температуры и скорости), соответствующие этим точкам.

Рассмотрим сначала динамику чисто газодинамического процесса без МГД-взаимодействия, когда токовый слой не инициируется и внешнее магнитное поле отсутствует. На установке УТ-2 КВД и КНД разделены металлической диафрагмой. После разрыва диафрагмы начинается нестационарный процесс перетекания гелия из КВД в КНД, при этом формируется область ударно сжатого газа, ограниченная с двух сторон ударными волнами, движущимися относительно газа в противоположные стороны, а относительно стенок в направлении сопловой секции (Рис. 6.2). Кроме того, вглубь КВД распространяется волна разрежения. Внутри области ударно сжатого газа находится контактный разрыв, соответствующий границе раздела двух сортов газа, на которой также имеется разрыв температуры.

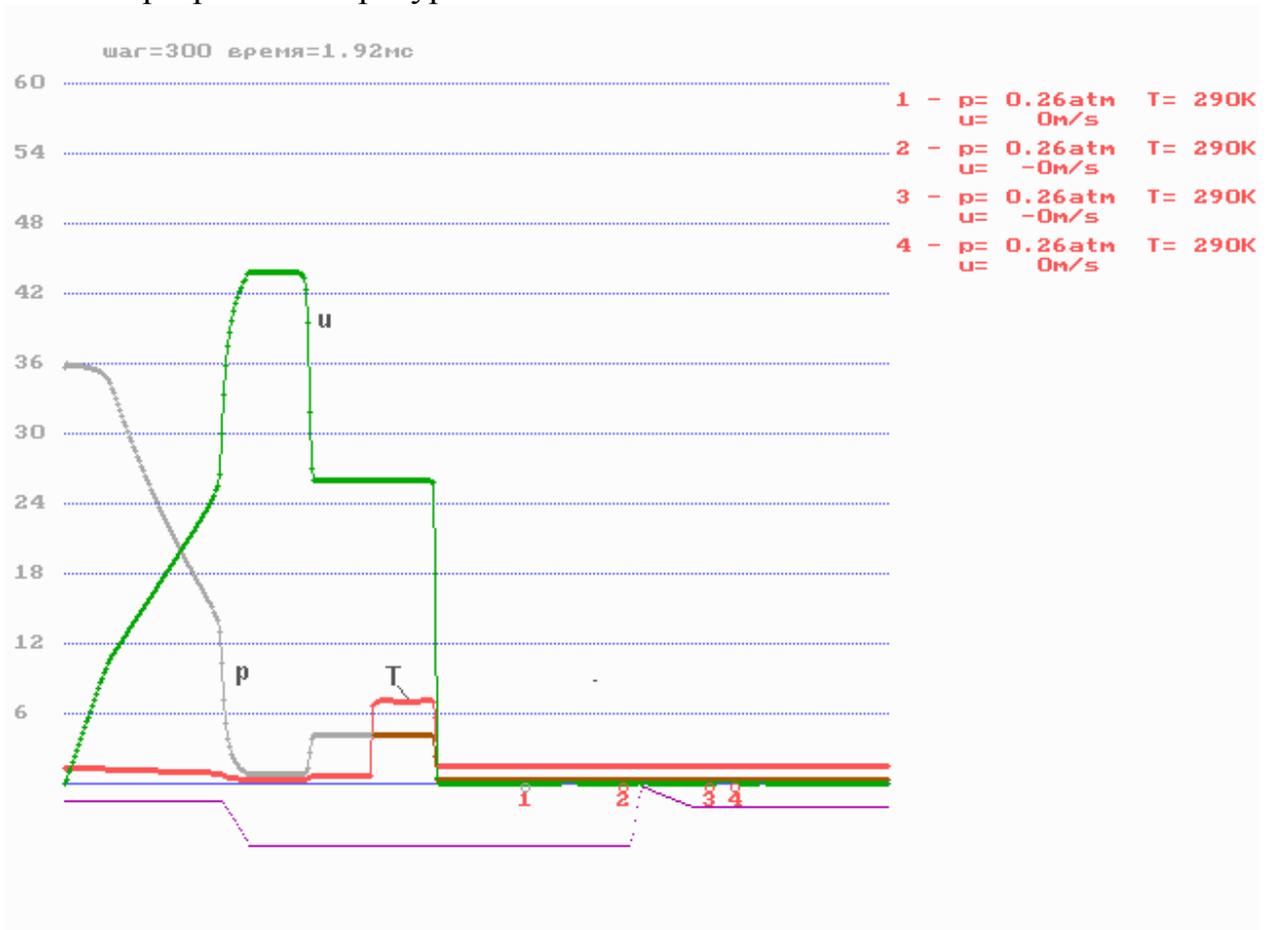


Рис. 6.2. Формирование ударно-волновой картины возмущений в КВД и КНД.

При достижении правой ударной волной среза сопла, ударная волна отражается, формируя перед соплом область газа с высоким давлением и температурой (Рис.6.3). Для рассматриваемого режима в этой области газ имеет следующие значения физических параметров:  $T \approx 2900 \text{ K}$ ,  $p \approx 1.9 \text{ МПа}$ . С момента образования этой зоны ударно нагретого газа начинается истечение

газа в сопловую секцию, которое сопровождается возникновением нестационарной волновой структуры, состоящей из стартовой волны и обращенной волны. Эти ударные волны относительно стенок движутся вниз по течению, а относительно газа в противоположные стороны, т.е. размер области постоянно увеличивается. Находящаяся между ударными волнами масса газа содержит внутри себя контактную границу, разделяющую первоначально покоившийся газ и газ, поступивший из КНД. Эта масса, являющаяся своеобразной "пробкой", движется по соплу и МГД-каналу в направлении выходного сечения. Скорость газа в ней составляет  $u \approx 700$  м/с, температура и давление:  $T \approx 1800$  К,  $p \approx 0.3$  МПа. Соответственно выше по потоку в сопловой секции формируется установившееся стационарное течение, параметры которого существенно отличаются от параметров газа в "пробке". Значения параметров (скорость, давление, температура) такого установившегося течения прежде всего определяются геометрией сопловой секции и могут быть рассчитаны из стационарных изэнтропических соотношений. В данном расчете значения параметров установившегося течения в МГД-канале составляют:  $u \approx 1550$  м/с,  $T \approx 400$  К,  $p \approx 20$  кПа. Длительность такого стационарного истечения определяется запасом ударно нагретого аргона, находящегося в КНД перед соплом. Из рисунка также видно, что в КВД и КНД продолжается движение и взаимодействие между собой и с торцевыми стенками ударных волн и волн разрежения.

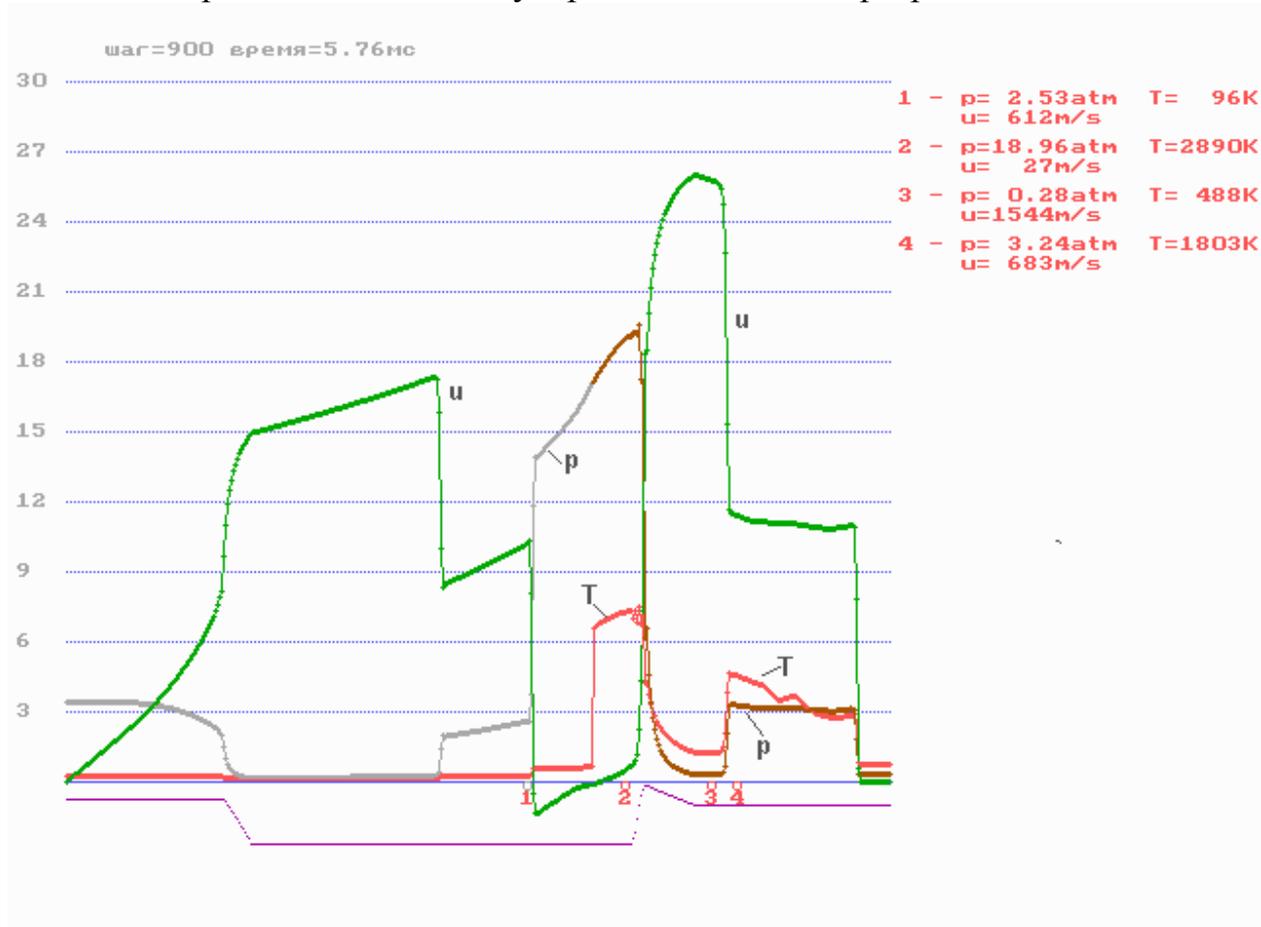


Рис. 6.3. Формирование ударно-волновой картины возмущений в МГД-канале.

При проведении экспериментов на установке УТ-2 одним из основных источников получения информации о процессе являются датчики давления. Имеется 4 места для их крепления, которые отмечены на рисунках кружками. Помимо измерения давления по информации с датчиков можно рассчитывать скорости ударных волн и судить о структуре течения. На рис. 6.4 представлены временные зависимости давления, полученные по результатам математического моделирования, в местах расположения датчиков давления. Верхняя кривая соответствует давлению в КНД перед срезом сопла (датчик 2), причем значение давления здесь сохраняет постоянное значение в течение достаточно продолжительного времени до тех пор, пока пришедшее из объема КНД возмущение не изменит состояние газа перед соплом. Две нижние кривые описывают временные зависимости давления, соответствующие датчикам, находящимся в МГД-канале (датчики 3,4). Форма этих кривых близка к прямоугольной, т.к. границы импульсов соответствуют прохождению падающей и отраженной ударным волнам, а протяженность импульса соответствует времени пролета газовой "пробки" мимо датчика давления. Из сравнения графиков можно сделать вывод о быстром увеличении продольного размера "пробки" газа, по мере ее продвижения по каналу.



Рис. 6.4. Временные зависимости  $I$  давления в местах расположения датчиков в КНД и МГД-канале.

Таким образом, результаты математического моделирования дают полную картину газодинамики течения во всем тракте установки УТ-2. Сопоставление расчетных данных и результатов измерений чисто газодинамического эксперимента позволяет судить о точности описания математической моделью процессов в установке УТ-2 и возможные расхождения результатов могут служить основанием для корректировки математической модели.

МГД-взаимодействие токового слоя с газовым потоком вносит дополнительные возмущения в картину течения. Для изучения характеристик МГД-взаимодействия на установке УТ-2 инициируется электропроводящая плазменная область, а в объеме МГД-канала магнитной системой индуцируется поперечное магнитное поле. Процесс инициирования осуществляется путем разряда конденсаторной батареи, которая подключена к электродам сопловой секции. В настоящее время на установке УТ-2 система инициирования работает в ждущем режиме, т.е. электрический пробой газового промежутка в самом узком критическом сечении сопла начинается в момент прихода сюда из КНД фронта падающей ударной волны. Значение силы тока  $I$  в эксперименте в основном определяется параметрами электротехнической цепи нагрузки и может варьироваться в достаточно широких пределах (0÷10 кА).

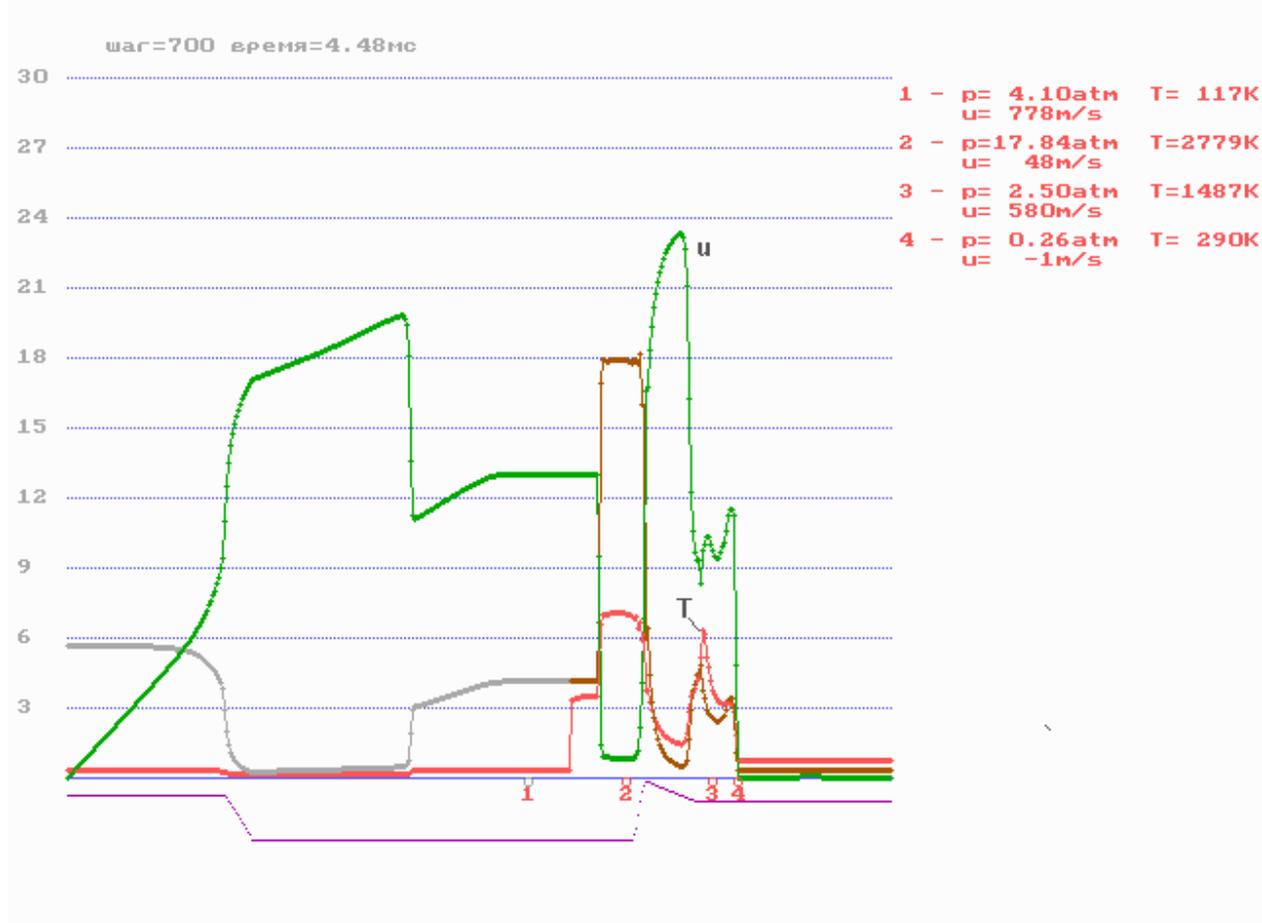


Рис. 6.5. Иницирование токового слоя и формирование ударно-волновой картины возмущений в МГД-канале в присутствии внешнего магнитного поля.

В математической модели выделение энергии в потоке при иницировании плазменной области описывается слагаемым  $q_{in}$  в правой части уравнения энергии (3). Выделение энергии начинается в критическом сечении сопла в момент прихода сюда ударной волны. Это приводит к разогреву локальной области потока, находящейся внутри газовой "пробки" (Рис. 6.5). На входе МГД-канал температура в плазменной области достаточна для термической ионизации газа.

При входе МГД-канал плазменная область начинает взаимодействовать с магнитным полем, при этом вверх по потоку отходит ударная волна, вниз – волна разрежения (Рис. 6.6). При этом на области токового слоя формируется перепад газодинамического давления, соответствующий по величине тормозящей электродинамической силе  $I \cdot B$ . В данном расчете величина перепада давления составляет  $\Delta p \approx 0.15$  Мпа.

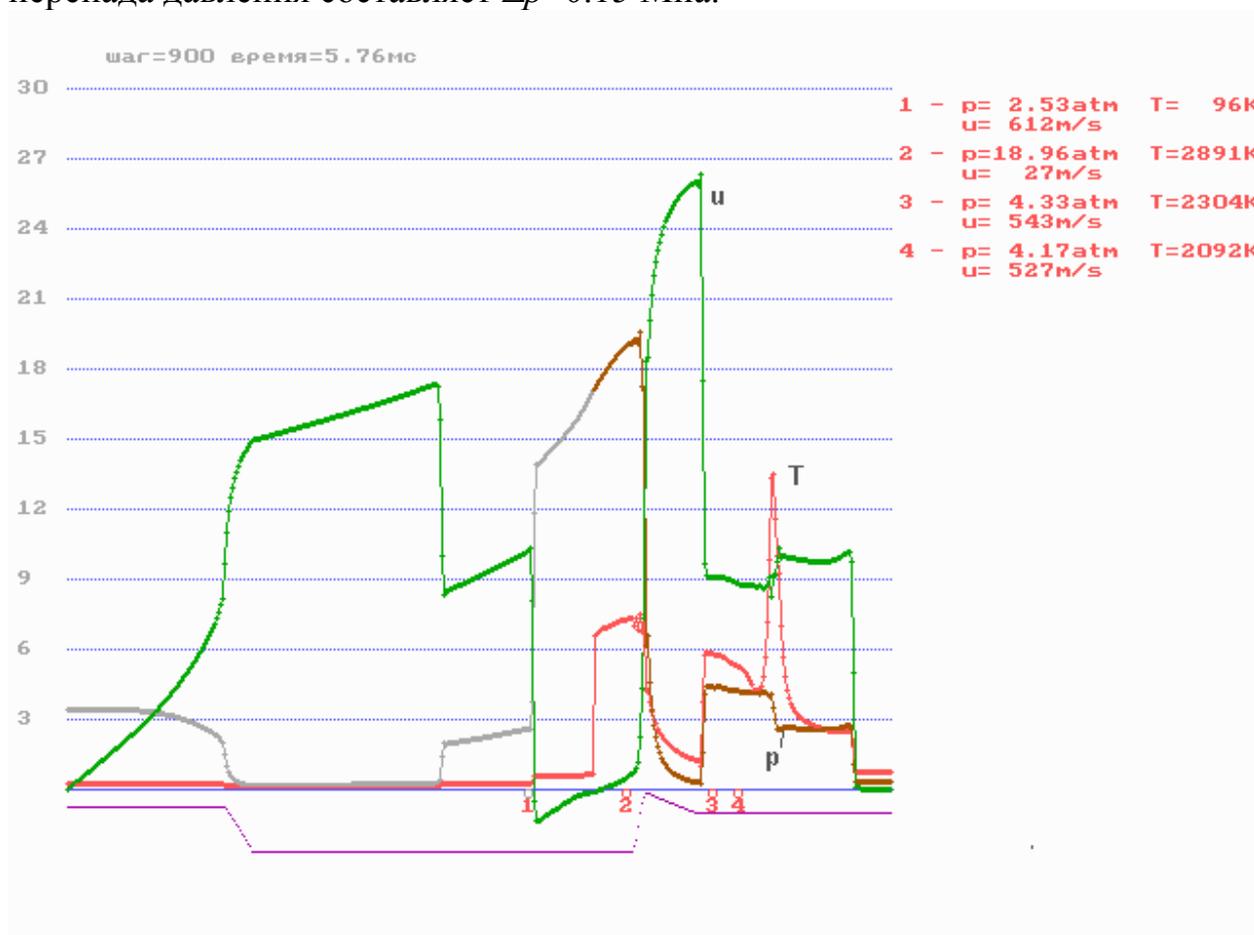


Рис. 6.6. Формирование перепада давления на токовом слое в МГД-канале.

Наличие перепада давления на Т-слое в реальном эксперименте может приводить к протеканию газа через (или вокруг) него, особенно в том случае, если токопроводящая область не перекрывает полностью поперечное сечение МГД-канала. В то же время вопрос проницаемости Т-слоя имеет принципиальное значение с точки зрения силового и энергетического балансов процесса. Протекание газа приводит как к ухудшению

эффективности силового взаимодействия, так и к включению мощного механизма конвективного уноса энергии, при этом, соответственно, возрастают затраты энергии на поддержание электропроводящего состояния Т-слоя. Эти энергозатраты могут оказаться больше энергии, производимой при движении Т-слоя по МГД-каналу, т.е. энергетическая эффективность генераторного процесса будет отрицательной.

На вопрос о степени проницаемости Т-слоя с помощью эксперимента напрямую, при имеющихся на установке диагностических системах, ответить невозможно. Только математическое моделирование из-за очень высокой сложности явления также не может дать однозначного ответа на этот вопрос. Тем не менее, некоторые выводы о проницаемости Т-слоя можно получить из сравнения экспериментальных данных с расчетными результатами.

В рамках одномерной математической модели взаимодействие Т-слоя с газовым потоком возможно описать только в представлении Т-слоя непроницаемым плазменным поршнем. Для такой модели взаимодействия величина перепада давления  $\Delta p$  однозначно соответствует определенному значению скорости поршня. В реальном эксперименте возможно протекание газа через Т-слой или обтекание в промежутке между разрядной областью и стенками канала, что в итоге приведет к изменению скорости Т-слоя при том же перепаде давления (т.к. значение  $\Delta p$  определяется величиной электродинамической силы  $I \cdot B$ , приложенной к Т-слою). Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей  $u(\Delta p)$ , полученных при разных значениях  $I$  и  $B$ , позволит определить диапазон параметров, в котором МГД-взаимодействие Т-слоя с газовым потоком соответствует взаимодействию непроницаемого поршня.

## Глава 7. Экспериментальная импульсная установка УТ-2

Экспериментальная импульсная установка УТ-2 предназначена для исследования взаимодействия нестационарного плазменного образования, создаваемого в сверхзвуковом потоке газа, с поперечным магнитным полем (Рис. 7.1). В рамках интеграционного проекта №03 на этой установке решаются две задачи:

1. Исследование критерия непроницаемости плазменного поршня (Т-слоя);
2. Исследование МГД-управления потоком газа в камере сгорания ГПВРД.



Рис. 7.1. Экспериментальная импульсная установка УТ-2.

Поток газа создается двухдиафрагменной ударной трубой. Труба состоит из камеры высокого давления (КВД), емкостью 3,5 литра, с предельным давлением 250 атм, вакуумируемой камеры низкого давления (КНД), длиной 4 м и диаметром 100 мм. КНД оканчивается отражающим соплом, со степенью раскрытия  $1/5$ , переходящим в прямоугольный МГД-канал с поперечным сечением 40 на 80 мм<sup>2</sup> и длиной 2 м. МГД-канал оканчивается демпфером, емкостью 200 л (Рис. 7.2.).

Рабочий режим установки УТ-2 зависит от начальных параметров газов в КВД и КНД. В КВД используется гелий обычно при давлении  $60 \div 100$  атм. В КНД и МГД-канале в качестве рабочего газа могут использоваться различные газы (аргон, воздух, продукты сгорания и др.). Начальное давление в КНД зависит от требуемых значений параметров газового потока в МГД-канале.

Магнитная система состоит из магнита с двумя седлообразными катушками, питающегося от батареи конденсаторов в  $24000 \mu\text{Ф}$ , заряжаемой до 5 кВ. Магнитная система позволяет получить магнитное поле с индукцией до 2 Т в объеме 20 л.

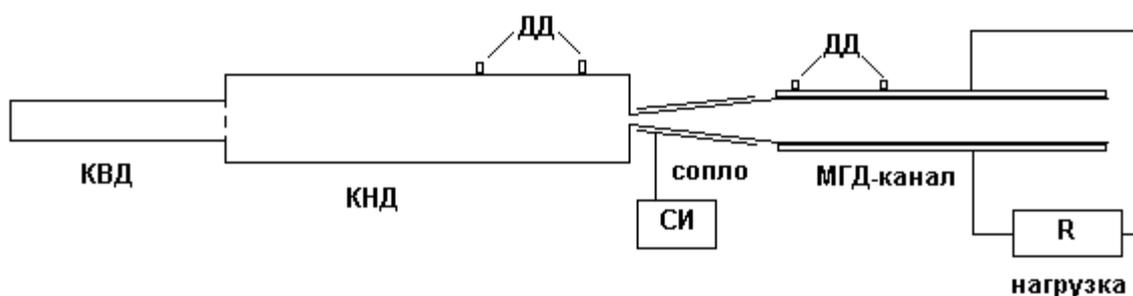


Рис. 7.2. Принципиальная схема экспериментальной установки УТ-2. КВД - камера высокого давления, КНД - камера низкого давления, СИ – система инициирования, ДД- датчики давления.

Система инициирования дугового разряда вмонтирована в сопловую секцию установки. Раскрывающаяся часть сопла образована двумя медными электродами длиной 200 мм и отделена от МГД-канала диэлектрическими проставками. Эти электроды через систему коммутации соединены с конденсаторной батареей в  $200 \mu\text{Ф}$ , заряжаемой до 5 кВ.

Активная нагрузка представляет собой трехзвенную, “длинную линию” и позволяет получать близкие к прямоугольным импульсы тока с амплитудой до 10 кА и длительностью 3,4 мс. Характерная временная зависимость импульса тока приведена на рис. 7.3.

### Синхронизация работы частей установки и измерение сигналов

Запуск установки осуществляется стравливанием газа из междиафрагменного промежутка, после чего диафрагма рвется и в КНД устремляется поток. В 2-х м от отражающего сопла датчик давления, дающий команду на коммутацию батарей магнита, запуск генератора задержанных импульсов (ГЗИ) и регистрацию давления с датчиков, расположенных ниже

по потоку. На рис. 7.4 представлены сигналы с датчиков давления, расположенных в КНД. Сигналы с этих двух датчиков, установленных в 1000 мм друг от друга, позволяют получить скорость распространения ударной волны, а по ней пересчитать параметры потока.

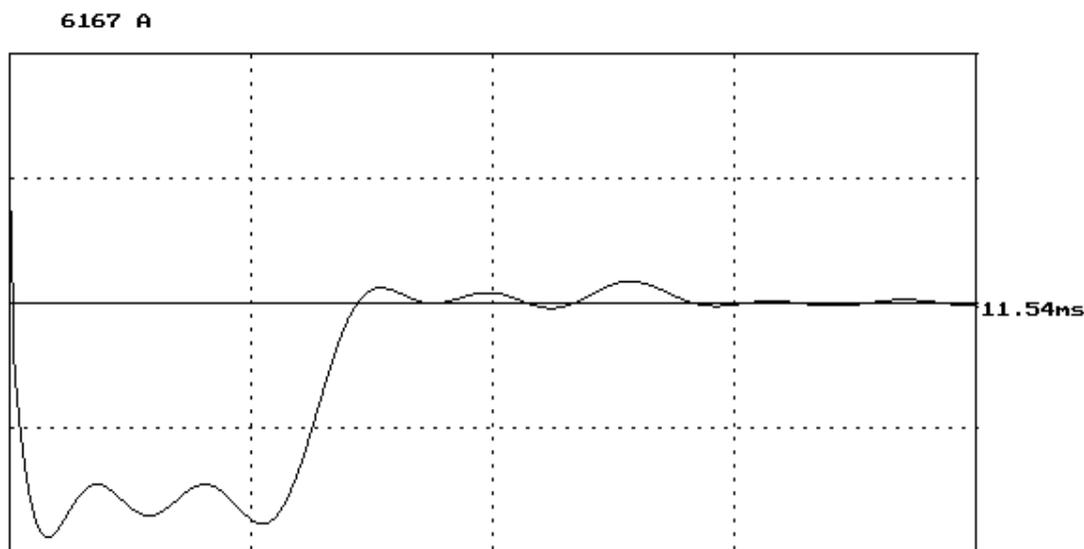


Рис. 7.3. Импульс тока активной нагрузки.

Через 1,5-2 мс ударная волна достигает отражающего сопла, в этот момент с ГЗИ поступает команда на запуск батареи инициирования и регистрацию тока и напряжения на электродах МГД-канала и давления в нем. Активная нагрузка подключена к МГД-каналу в „ дежурном” режиме и коммутируется самой проводящей областью, сносимой потоком из сопла.

Все сигналы регистрируются АЦП модулями Ф-4226, позволяющими запомнить 1024 значения сигнала со скважностью от 50 до 3200 нс.

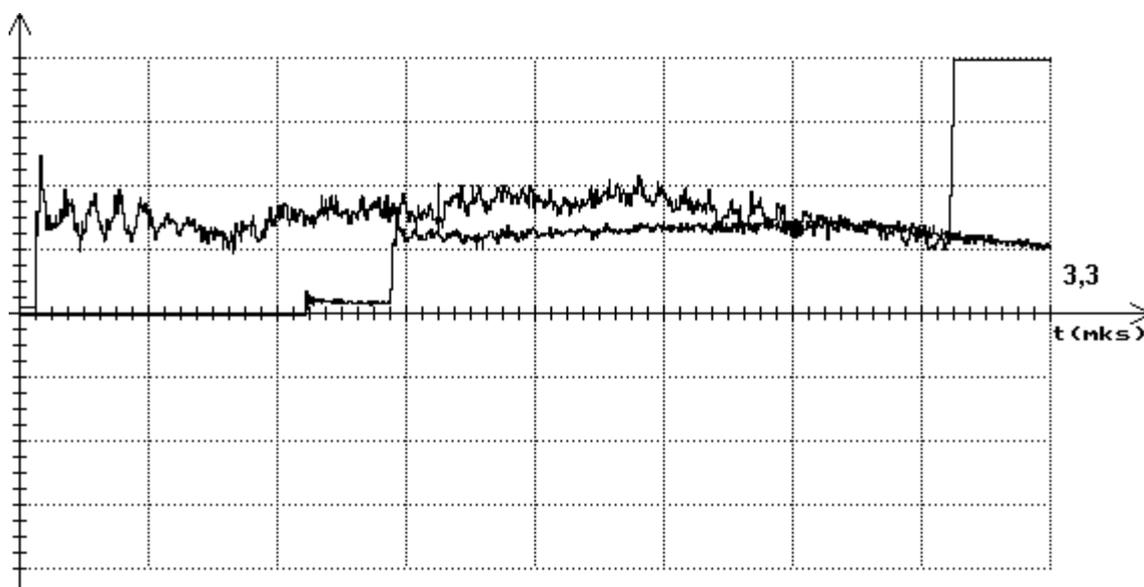


Рис. 7.4. Сигналы с датчиков давления, расположенных в КНД

В настоящее время на установке УТ-2 ведется эксперимент по определению непроницаемости плазменного поршня. Его цель – определить параметры МГД-взаимодействия (величину тока через Т-слой и значение магнитного поля), при которых параметры торможения Т-слоя (перепад давления и скорость) соответствуют модели непроницаемого плазменного поршня. Набор параметров МГД-взаимодействия определит критерий непроницаемости.

### Калибровка датчиков давления

При принятой методике обработки результатов калибровки нужно, чтобы время воздействия импульса на калибруемую систему было много меньше полного времени регистрации сигнала. Этому требованию отвечает калибровка ударом шара. При калибровке датчика давления ударом шара необходимо знать силу воздействия шара на датчик, т. е. изменение импульса шара за время взаимодействия. Скорость шара до удара можно вычислить, зная высоту его падения. Высоту же отскока замерить трудно так, как она заранее неизвестна. Поэтому было решено измерять интервал времени между первым и вторым ударом шара о датчик и таким образом вычислять скорость его отскока. Схема установки для калибровки датчиков давления ударом шара приведена на рис. 7.5.

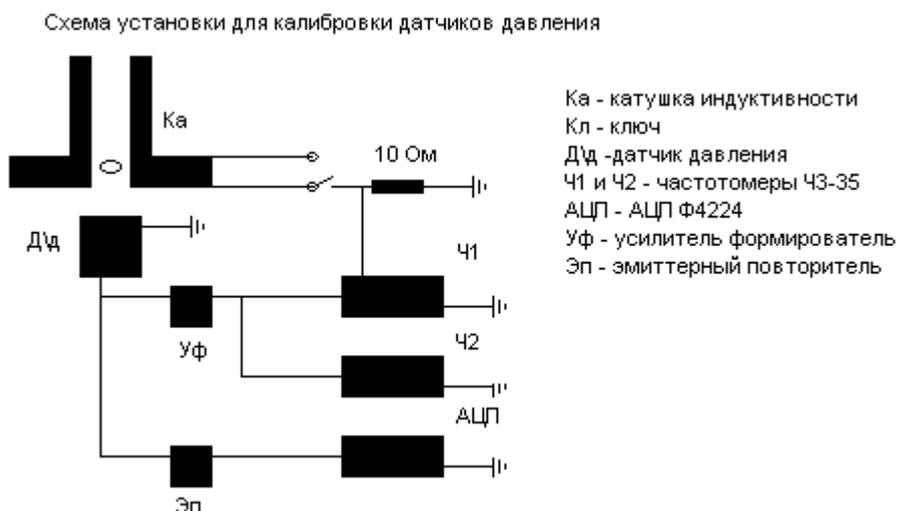


Рис. 7.5.

Стальной шар диаметром 3 мм и массой 130 мг помещался в катушку индуктивности и удерживался в ней магнитным полем. Размыкание ключа в цепи питания катушки освобождает шар и запускает счет времени на частотомере 1. Во время первого удара шара о датчик усилитель-формирователь формирует сигнал (после достижения уровня входного сигнала на нем 0.1 В) на запуск АЦП и частотомера 2 и на остановку частотомера 1. Он же генерирует сигнал на остановку частотомера 2 во время

второго удара шара о датчик. Таким образом, фиксируются интервалы времени от начала процесса до первого удара на частотомере 1, от первого удара до второго на частотомере 2 и сигнал с калибруемого датчика на АЦП. Характерный сигнал с датчика давления приведен на рис. 7.6.

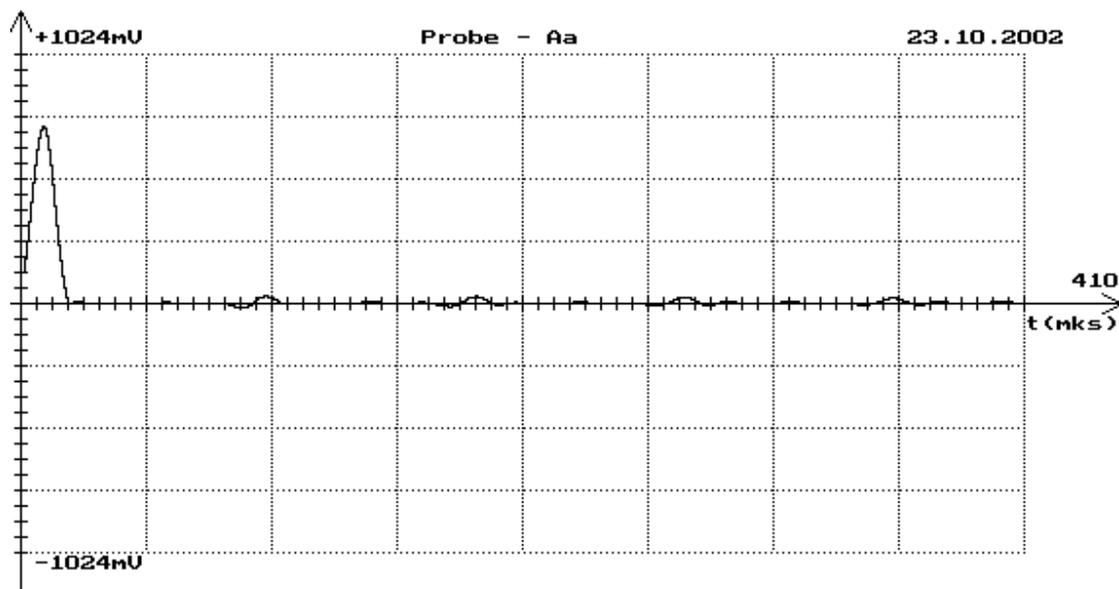


Рис. 7.6.

Зависимость давления от времени, зарегистрированная этим же датчиком в ударной трубе, представлена на рис. 7.7.

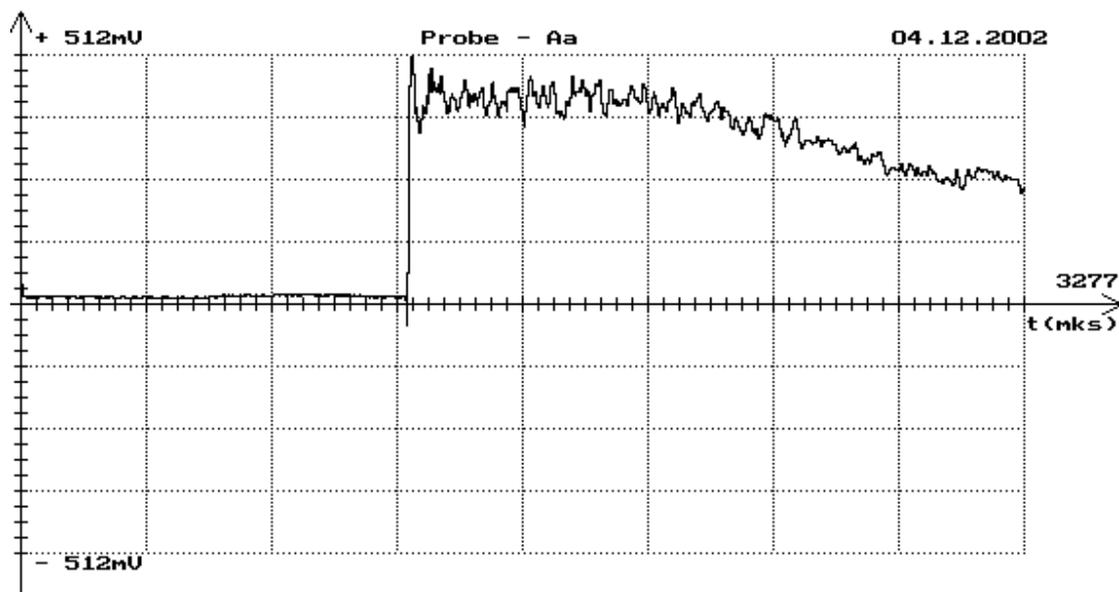


Рис. 7.7.

## Список публикаций

2000 г.

1. **Aulchenko S.M., Latypov A.F., Nikulichev Y.V.** The study of influence of airfoils contour approximation on its rating characteristics// X International Conference on the Methods of Aerophysical Research.- Novosibirsk, 2000.- Proc.: Part I.- P.22-26.
2. **Yu.P.Goungo, A.M.Kharitonov, A.F.Latypov, I.I.Mazhul, M.I.Yarosslavtsev.** Technique for determination of heat fluxes and force characteristics of ramjet/scramjet models in a hot-shot wind tunnel// X International Conference on the Methods of Aerophysical Research,- Novosibirsk, 2000.- Proc.: Part 3.- P.93-100.
3. **Mierau A.N., Derevyanko V.A., Vasilyev E.N.** Numerical Simulation the Periodic Operating Regime of HRE with MHD Control// X International Conference on the Methods of Aerophysical Research.- Novosibirsk, 2000.- Proc.: Part 3.- P. 143-149.
4. **Zamuraev V.P.** Calculation of the structure of unsteady supersonic flow in a plane channel with instantaneous local energy release // X International Conference on the Methods of Aerophysical Research: Proc. Pt. 1. – Novosibirsk, 2000. – P. 225 – 230.
5. **Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В.** Построение поверхностей с помощью параметрических полиномов//Ж. вычисл. матем. и матем. физики.- 2000.- Т.40., №3.- С.356-364.
6. **Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В.** Построение кривых и поверхностей с помощью параметрических полиномов// Автометрия.- 2000, №4.- С.60-75.
7. **Васильев Е.Н., Деревянко В.А., Овчинников В.В.** МГД-метод управления течением в тракте ГПВРД//Теория и эксперимент в современной физике: Сб. науч. статей/ Краснояр. гос. ун-т.- Красноярск, 2000.- С. 57-69.
8. **Деревянко В.В., Деревянко В.А.** Модель детонационного МГД-генератора с Т-слоем//Теплофизика высоких температур 2000.- Т.38, №6.- С. 985-990.
9. **Замураев В.П., Калинина А.П.** Физика сплошных сред. Ч. 3 (учебно – методическое пособие).- Новосибирск.- НГУ.- 2000.- 62 с.
10. **Зудов В.Н.** Развитие следа за импульсно-периодическим источником энергии// X International Conference on the Method of Aerophysical Research.- 2000.- Proc.: Part 3.- P.68-74.
11. **Зудов В.Н.** Сверхзвуковое обтекание двойного клина//Вычислительные технологии 2000, Материалы XVII школы-семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Специальный выпуск.
12. **Латыпов А.Ф., Фомин В.М.** Опыт функционального математического моделирования воздушно-космических систем выведения грузов на околоземную орбиту// Труды 2-й международной конференции

«Устойчивость и управление для нелинейных трансформирующихся систем».- Москва.- 2000.- С.71-86.

**2001 г.**

13. **A.F. Latypov, V.M. Fomin.** Estimation of power efficiency of heat application before a body in a supersonic gas flow// Proceedings of the 3-rd Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics in Aerospace Applications.- Moscow.- IVTAN.- 2001.- P. 83-86.
14. **P.Tretyakov, V.Yakovlev, V.Zudov.** Gasdynamic structure of a supersonic flow around a heat source. Record// 19-th International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities.- Cleveland, Ohio.- August 27-30.- 2001.- P.70-81.
15. **E.N.Vasilyev, V.A.Derevyanko, A.N.Mierau** MHD-Control of Gas Flow in the Tract Hypersonic Ramjet Engine// Proceedings of the 3<sup>rd</sup> Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics in Aerospace Applications.- Moscow.- IVTAN.- 2001.- P.160-164.
16. **Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В.** Применение локальных параметрических полиномов для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений//Вычислительные технологии.- 2001.- Т.6, №2. Специальный выпуск.
17. **Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В.** Семейство одношаговых  $A$ - и  $L$  -устойчивых алгоритмов решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений// Международная конференция “Математические модели и методы их исследования”: Труды: - Т.1.-Красноярск.- Институт вычислительного моделирования.- 2001.- С. 54-58.
18. **Аульченко С.М., Калинина А.П.** О применении условий термодинамической устойчивости для численного решения задач гидрогазодинамики // Краевые задачи и математическое моделирование: Сборник трудов Всероссийской научной конференции.- Новокузнецк.- НФИ КемГУ.- 2001.
19. **Аульченко С.М.** Оптимизация экспериментальных крыловых профилей// Краевые задачи и математическое моделирование: Сборник трудов Всероссийской научной конференции.- Новокузнецк.- НФИ КемГУ.- 2001.
20. **Аульченко С.М.** О моделировании одного способа снижения сопротивления тел вращения в вязкой жидкости // Краевые задачи и математическое моделирование: Сборник трудов Всероссийской научной конференции.- Новокузнецк.- НФИ КемГУ.- 2001.- С. 7-10.
21. **Деревянко В.В.** Численное моделирование детонационного МГД-генератора высокого давления // Теплофизика и аэромеханика, 2001. - Т.8. – №3. - С.495-504.
22. **Деревянко В.В.** Исследование проницаемости Т-слоя в детонационном МГД-генераторе высокого давления // Вычислительные технологии, 2001. - Т.6. - Ч.2. - Спец. выпуск. - С.265-270.

23. **Деревянко В.В.** Детонационный МГД-генератор// VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Пермь, 23-29 авг. 2001).- Пермь, 2001. - Сборник аннотаций докладов. - С.229-230.
24. **Деревянко В.В.** Детонационный МГД-генератор как источник электрической энергии и тяги на борту ГЛА // Труды Международной конференции «Математические модели и методы их исследования», Красноярск, 16-21 авг. 2001. – Красноярск.- 2001. - Т.1. - С.220-222.
25. **Деревянко В.А., Васильев Е.Н., Сапожников В.А., Лазарева Н.Н., И.В.Баженова Н.Н.** Моделирование формирования структуры самоподдерживающегося токового слоя в потоке газа // Труды Международной конференции "Математические модели и методы их исследования". – Красноярск.- ИВМ СО РАН.- 2001. - Т.1. - С. 217-220.
26. **Замураев В.П.** О возможности управления завихренностью в сверхзвуковом потоке посредством мгновенного локального подвода энергии// Теплофизика и аэромеханика.- 2001.- Т. 8, № 1.- С. 87 – 99.
27. **Замураев В.П.** Применение разномасштабных сеток для решения нестационарных газодинамических задач// Труды Международной конференции “Математические модели и методы их исследования”.- Красноярск.- 2001.- Т.1.- С. 247 – 252.
28. **Замураев В.П.** Численное моделирование на разномасштабных сетках распространения возмущения в канале при мгновенном локальном подводе энергии.// Краевые задачи и математическое моделирование: Материалы 4-й Всероссийской научной конференции.- Новокузнецк.- 2001.- С. 124 –129.
29. **Замураев В.П., Калинина А.П.** Задачи по термодинамике и молекулярной физике (учебное пособие) // Новосибирск.- НГУ.- 2001.- 56с.
30. **Зудов В.Н.** Развитие следа за импульсно-периодическим энергоисточником. Письма в ЖТФ.- 2001.- №12.- С. 81-87,
31. **Латыпов А.Ф.** Оценка энергетической эффективности подвода тепла перед телом в сверхзвуковом потоке газа// Аннотации докладов Восьмого всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике.- Пермь.- 2001. –С. 392.
32. **Шайдуров В.В., Щепановская Г.И.** Математическое моделирование нестационарного распространения импульса энергии большой мощности в вязком теплопроводном газе // Вычислительные технологии. – 2001. – Т. 6. – Ч. 2. – Спец. Выпуск. – С. 693 – 698.
33. **Шайдуров В.В., Щепановская Г.И.** Пространственное течение вязкого теплопроводного газа при наличии источника энергии большой мощности // Труды Международной конференции «Математическое модели и методы их исследования». – Красноярск: ИВМ СО РАН. – 2001. – Т. 2. – С. 263 – 266.

2002 г.

34. **Aulchenko S.M., Zaprjagaev V.I., Kornilov V.I.** Numerical and experimental simulation of medium compression effect at flowing around a wing profile // International Conference on the Methods of Aerophysical Research, Novosibirsk, 2002, Proc.: Part I.
35. **Latypov A.F., Nikulichev Yu.V.** Set of methods to solve the initial value problem for stiff systems of ordinary differential equation // Intern. Conf. on the Methods of Aerophys. Research.- Proc.: Part. 3. Novosibirsk, 2002.
36. **P.Tretyakov, V.Yakovlev, V. Zudov.** The Investigation Gasdynamic Structure of a Flow Around a Heat Source//Proceedings of the 48th Annual International Instrumentation Symposium.- 2002.- San Diego, USA.- P.70-80.
37. **Shaidurov V.V., Shchepanovskaya G.I.** Solution to viscous heat – conductive gas equations based on multiprocessor computer system // Proceedings of the International Conference on Computational Mathematics. – Novosibirsk: ICM & MG Publisher. – 2002. – Part I. – P. 83 – 87.
38. **Zamuraev V.P., Latypov A.F.** Control of supersonic flow vorticity by instant local and discrete distributed energy release // Proceedings of the 4-rd Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics in Aerospace Applications.- Moscow.- IVTAN.- 2002.- P. 37-42.
39. **Zamuraev V.P., Kalinina A.P., Latypov A.F.** Evaluation of the ramjet propulsion at a energy pulse supply // Intern. Conf. on the Methods of Aerophys. Research.- Proc.: Part. 1.- Novosibirsk.- 2002.- P.227-232.
40. **Zamuraev V.P., Latypov A.F.** On pressure measurement in a volume with unsteady processes // Intern. Conf. on the Methods of Aerophys. Research. Proc.: Part. 1.- Novosibirsk.- 2002.-P.219-227.
41. **Zudov V.N., Pimonov E.A.** Study of interaction of streamwise vortex with shock wave// Proceedings of the Aerodynamics and Thermochemistry at High velocity.- France.- Marseille.Euromech 440.- 2002.- P.137-140.
42. **Zudov V.N., Pimonov E.A.** Study of interaction of streamwise vortex with a shock wave// Intern. Conf. on the Methods of Aerophys. Research. Proc.: Part. 1.- Novosibirsk.- 2002.- P.232-237.
43. **Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В.** Опыт оптимизации аэродинамических характеристик эксплуатируемых крыльевых профилей // ПМТФ, Новосибирск. Наука. 2002. Т. 43. № 1.
44. **Аульченко С.М., Латыпов А.Ф., Никуличев Ю.В.** Методы проектирования и оптимизации двумерных конфигураций // Труды IV Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях. Санкт-Петербург, 2002.
45. **Васильев Е.Н., Дервянко В.А., Баженова И.В., Лазарева Н.Н., Сапожников В.А.** Энергетические характеристики процесса инициирования токового слоя в потоке газа// Труды Третьей

- Российской Национальной конференции по теплообмену.- Москва.- 2002.- Т.2.- С.52-55.
46. **Дервянко В.В.** Численное моделирование процессов взаимодействия в канале детонационного МГД-генератора с Т-слоем//Диссертация на соискание уч. степени канд. физ.-мат. наук.- Красноярск.- 2002.- 151 с.
47. **Замураев В.П., Латыпов А.Ф.** К вопросу об измерении давления при быстро протекающих процессах // Теплофизика и аэромеханика.- 2002.- Т.9, №2.- С.315-324.
48. **Замураев В.П., Калинина А.П., Латыпов А.Ф.** Оценка тяги ПВРД при импульсном подводе энергии // Теплофизика и аэромеханика.- 2002.- Т.9, №3.- С.405-410.
49. **Латыпов А.Ф., Фомин В.М.** Оценка энергетической эффективности подвода тепла перед телом в сверхзвуковом потоке // ПМТФ.- 2002.- Т. 43, № 1.- С.71-75.
50. **Зудов В.Н., Третьяков П.К. Тупикин А.В. Яковлев В.И.** Обтекание теплового источника сверхзвуковым потоком// МЖГ, 2002, (в печати )
51. **Зудов В.Н., Пимонов Е.А.** Взаимодействие продольного вихря с наклонной ударной волной// ПМТФ, 2002, (в печати ).
52. **Замураев В.П., Латыпов А.Ф.** К вопросу об измерении давления при нестационарных процессах // МЖГ, 2002, (в печати)
53. **Замураев В.П., Латыпов А.Ф.** Об управлении завихренностью сверхзвукового потока посредством импульсного дискретно распределенного подвода энергии// Аэромеханика и газовая динамика, 2002, (в печати)
54. **Шайдуров В.В., Щепановская Г.И.** Расчет нестационарного течения вязкого теплопроводного газа с сильной концентрацией энергии // Труды II Всесибирского конгресса женщин – математиков. – Красноярск: КГУ. – 2002. – С. 153 – 157.
55. **Щепановская Г.И.** Информационный метод расчета вязкого сопротивления волнолетов // Труды II Всесибирского конгресса женщин – математиков. – Красноярск: КГУ. – 2002. – С. 172 – 176.
56. **Шайдуров В.В., Щепановская Г.И.** О линеаризации вариационно-разностных уравнений вязкого теплопроводного газа // Вычислительные технологии. – 2002. – Т. 7. – Вестник КазНУ. – N 4 (32). – Совместный выпуск. – С. 211 – 216.