

Грант РФФИ 14-01-00067 «Конвективные движения с поверхностями раздела и их устойчивость»

Руководитель: д.ф.-м.н., профессор В.К. Андреев

1. Совершенствование и появление принципиально новых жидкостных технологий требует более точного учёта различных факторов, влияющих на характер движений жидкости. Подобное требование ведёт к усложнению математических моделей, описывающих движение жидкости. В частности, в задачах о движении тонких слоёв жидкости принципиально важен учёт влияния деформируемости границы раздела сред на характер неустойчивости основного состояния среды, который возможен в рамках обобщённого приближения Буссинеска. Другим важным фактором, влияющим на формирование конвективных структур в двухслойных микросистемах, является характер тепловых взаимодействий на поверхности раздела. Последний механизм требует учёта неоднородности распределения температуры вдоль поверхности, которая возникает за счёт энергообмена между объёмными фазами и переходным слоем между ними. Для этого в качестве энергетического условия на границе раздела используется условие, которое является следствием интегрального закона сохранения энергии и в предположении о линейной зависимости поверхностного натяжения жидкости от температуры имеет вид

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial n}(\mathbf{x}, h(\mathbf{x})) - k_2 \frac{\partial T_2}{\partial n}(\mathbf{x}, h(\mathbf{x})) = \kappa T \nabla_{\Gamma} \cdot \mathbf{v}. \quad (1)$$

Изучена задача о двухслойном микроконвективном течении в канале с твёрдыми стенками (рис. 1), вдоль которых температура меняется линейно по закону $T_{wj} = Ax + \theta_{0j}$ ($j = 1, 2$).

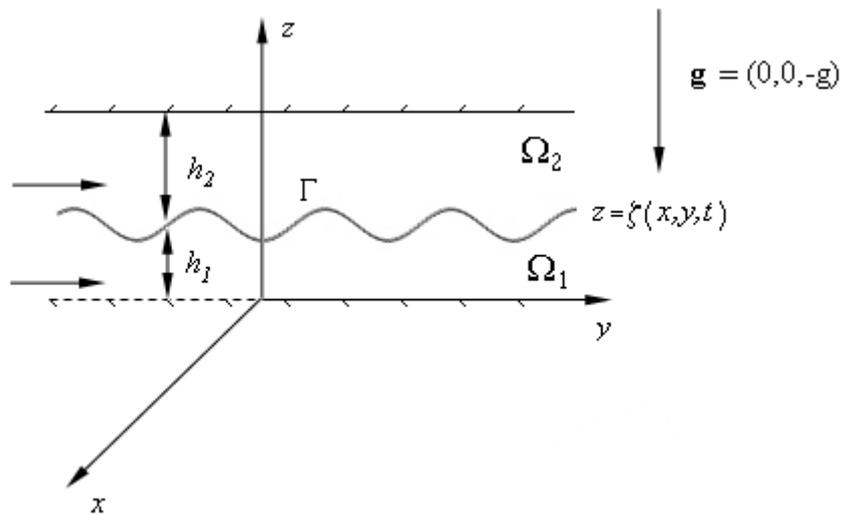


Рис. 1. Схема течения

При совершенствовании технологий высокоэффективного жидкостного охлаждения особое внимание уделяется изучению влияния тепловых воздействий и расходов сред. В связи с этим исследовано влияние сил Марангони и характера нагрева стенок на величину деформации поверхности и тип возникающих конвективных структур вблизи поверхности раздела. Один из тепловых режимов функционирования таких систем – охлаждение (значения градиента температуры A и числа Ma отрицательны) и нагрев (A, Ma – положительны) стенок канала в направлении основного течения, а также наличие вертикального градиента температуры (различные значения величин θ_{01} и θ_{02}).

При нулевых расходах нижней жидкости ($m_1 = 0$) в случае плоской границы в системе возможны режимы, при которых вдоль границы раздела образуются области возвратных течений за счет влияния термокапиллярных сил (рис. 2) и имеет место эффект «расслаивания течения» вблизи границы раздела. Картина течения принципиально меняется с увеличением расхода. С ростом этой величины влияние сил Марангони компенсируется действием касательных напряжений.

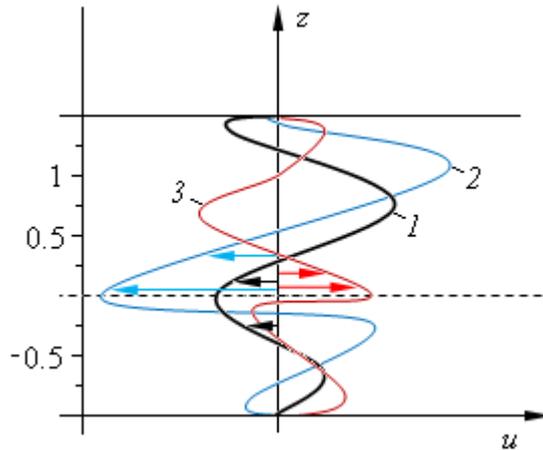


Рис. 2. Профили продольной скорости в системе жидкостей муравьиная кислота – трансформаторное масло: 1 – $u = u \cdot 10$, $A = 10^{-3}$ К/м, $m_1 = 0$; 2 – $u = u \cdot 10^2$, $A = -10^{-3}$ К/м, $m_1 = 0$; 3 – $u = u \cdot 10$, $A = -10^{-3}$ К/м, $m_1 = 10^{-4}$

Величины деформаций поверхности раздела, возникающих в результате случайных малых возмущений, определяются из решения эволюционного уравнения и зависят от влияния капиллярных, термокапиллярных и гравитационных сил, а также от вязких и тепловых свойств жидких сред. В длинноволновом приближении для пространственно – однородного состояния (в начальный момент времени граница раздела является плоской) устойчивость определяется дисперсионным соотношением

$$C = \mu \left[\frac{Ma(2 + Pr)}{2PrWe} - \frac{Ga}{We} - \mu^2 \right].$$

В общем случае эволюционное уравнение решается численно с помощью процедуры, основанной на методе Ньютона – Канторовича. В случае микромасштабных течений максимальные деформации Γ возможны при нагреве стенок в направлении течения ($Ma > 0$) в условиях потенциально неустойчивой стратификации ($\theta_{10} > \theta_{20}$) (рис. 3).

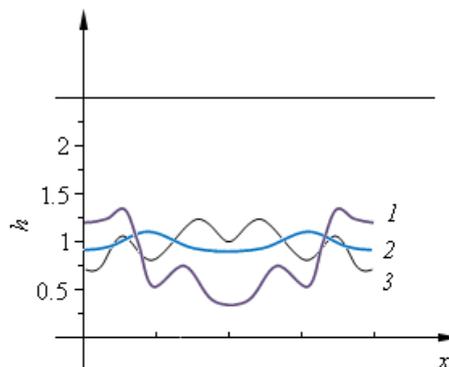


Рис. 3. Поверхность раздела в системе жидкостей муравьиная кислота – трансформаторное масло: 1 – $Ma > 0$, $\theta_{10} > \theta_{20}$; 2 – $Ma < 0$, $\theta_{10} > \theta_{20}$; 3 – $Ma > 0$, $\theta_{10} < \theta_{20}$

В этом случае доминантным механизмом, приводящим к максимальным деформациям, является термокапиллярный эффект. С ростом числа Марангони наблюдается укрупнение конвективных валов, формирующихся под действием термокапиллярных сил.

Наименьшие деформации возникают при охлаждении стенок ($Ma < 0$). В условиях, когда верхняя стенка горячее нижней ($\theta_{10} < \theta_{20}$, устойчивая стратификация) поверхность очень слабо отклоняется от плоской формы. (Бекежанова В.Б.)

2. Исследовано течение бинарной смеси в средней части протяженного в горизонтальном направлении слоя, торцы которого имеют разную температуру, а горизонтальные границы обладают высокой теплопроводностью. Описанное течение является однонаправленным и индуцируется действием силы тяжести и продольного градиента температуры. Существенным отличием от многочисленных работ в данной области является учет нелинейности силы плавучести и эффекта Соре.

При логарифмической зависимости плотности от температуры и концентрации построено точное решение, описывающее стационарное течение между твердыми стенками, которые нагреваются по экспоненциальному закону. Для скорости заданы условия прилипания, кроме того, средняя концентрация в слое считается известной, поток вещества через твердые стенки отсутствует. Установлено, что при такой постановке задачи скорость есть полином третьего порядка, температура и концентрация распределяются по экспоненциальному закону. Причем, при уменьшении показателя экспоненты, температура и концентрация стремятся к линейным зависимостям от продольной координаты, что соответствует профилям, рассчитанным по модели Обербека – Буссинеска с линейной зависимостью плотности от параметров состояния. (Степанова И. В.)

3. Изучена сопряженная начально-краевая задача распространения тепла в замкнутых ограниченных шаровых областях. Решение прямой и обратной нестационарной задачи получено методом преобразования Лапласа. Показано, что стационарное состояние является предельным при больших временах, если таковыми являются источники тепла в средах. Полученные результаты могут быть применены для оценки внутренних источников тепла по измерению температуры и потоков тепла на внешней границе всего шара. (Резникова И. А.)

4. Рассмотрена однослойная система жидкостей в конечном цилиндре, которая подвергается неустойчивости Марангони. Верхняя граница жидкости свободна и деформируема. Изучается задача о возникновении конвекции в цилиндрическом контейнере. Для её решения был применён метод разделения переменных. В результате получено однородное дифференциальное уравнение шестого порядка с постоянными коэффициентами со сложными граничными условиями. Для случая, когда возмущения монотонны получено аналитическое выражение для критических чисел Марангони. Также разобран случай, когда система находится в состоянии невесомости. (Магденко Е.П.)

5. Рассмотрено однонаправленное движение трех несмешивающихся несжимаемых вязких теплопроводных жидкостей в плоском слое. Предполагается, что движение происходит только под действием термокапиллярных сил из состояния покоя. Анализ движения сводится к решению линейных сопряженных начально-краевых задач для системы параболических уравнений. Нестационарное решение ищется методом преобразования Лапласа и получено в виде конечных аналитических выражений в изображениях. Доказано, что решение с ростом времени всегда выходит на найденный ранее стационарный режим, и дана экспоненциальная оценка скорости сходимости с показателем, зависящим от физических свойств сред и толщин слоев. Путем численного обращения преобразования Лапласа получена эволюция полей скоростей и возмущений температур к стационарному режиму для конкретных жидких сред. (Андреев В. К., Черемных Е. Н.)

Важнейшие публикации

1. *Andreev V. K., Stepanova I. V.* Ostroumov – Birikh solution of convection equations with nonlinear buoyancy force // *Appl. Math. and Comput.* 2014. V. 228(214). P. 59-67.
2. *Andreev V. K., Cheremnih E.* Evolution of the thermocapillarity motion of three liquids in a flat layer // *Abstract of 7th Conference of the International Marangoni Association.* Vienna, Austria, 2014. P. 40.
3. *Andreev V. K.* Эволюция термокапиллярного движения трех жидкостей в плоском слое // Тезисы V Всероссийской конференции “Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения”. Бийск: АлтГТУ, 2014. С. 9-10.
4. *Бекежанова В. Б.* О различных типах неустойчивости плоскопараллельного двухслойного течения // Тез. докл. Всероссийской конференции “Новые математические модели механики сплошных сред: построение и изучение”. Новосибирск, 2014. С. 23-24.
5. *Ефимова М. В.* Об устойчивости конвективного плоскопараллельного движения двухслойной системы // Тез. докл. Всероссийской конференции “Новые математические модели механики сплошных сред: построение и изучение”. Новосибирск, 2014. С. 57-58.
6. *Ефимова М. В.* О возникновении конвекции в двухслойной системе жидкостей под действием градиента давления // Тез. докл. V Всероссийской конференции “Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения”. Бийск: АлтГТУ, 2014. С. 38-39.
7. *Магденко Е. П.* Возникновение конвекции в двухслойной системе жидкостей в конечном цилиндре // Тез. докл. V Всероссийской конференции “Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения”. Бийск: АлтГТУ, 2014. С. 68-69.
8. *Степанова И. В.* О точных решениях уравнений конвекции при нелинейной силе плавучести // Сб. докладов международной конф. “Успехи механики сплошных сред”. Владивосток, 2014. С. 462-465.
9. *Черемных Е. Н.* Двумерное движение несмешивающихся жидкостей в плоском канале // Тез. докл. Всероссийской конференции XXXI “Сибирский теплофизический семинар”. Новосибирск, 2014. С. 52.
10. *Магденко Е. П.* Конвекция Марангони в конечном цилиндре // ПМТФ. 2014 (направлена в печать).
11. *Резникова И. А.* Прямая и обратная сопряженная задача распространения тепла в шаровых областях // Вычислительные технологии. 2014 (принята в печать).
12. *Резникова И. А.* О стабилизации решения тепловой сопряженной задачи в шаровых областях // Сиб. журнал индустр. матем. 2014 (принята в печать).