

Грант РФФИ 14-01-31203-мол_а «Теоретическое обоснование и параллельная алгоритмическая реализация консервативного полу-Лагранжевого метода с учетом граничных условий для решения системы уравнений Навье-Стокса»

Руководитель: к.ф.-м.н. А.В. Вяткин

Для двумерного уравнения неразрывности с использованием формулы Гаусса-Остроградского построена оригинальная версия полу-Лагранжевого метода, основанная на точном тождестве двух пространственных интегралов на соседних слоях по времени и интегралах по областям втекания и вытекания субстанции через границы вычислительной области в переменных (t, x, y) . Теоретически доказана сходимость численного решения к точному решению с первым порядком точности в дискретном аналоге нормы пространства L_1 при фиксированном отношении шага по времени к шагу по пространству. Для билинейной интерполяции численного решения доказано выполнение балансового соотношения при переходе с очередного слоя по времени на следующий слой. Отмечено, что выполнение балансового соотношения основывается на выполнении локального закона сохранения.

Проведены вычислительные эксперименты, которые подтверждают сходимость численного решения к точному решению с первым порядком точности. Сделано сравнение с численным решением первого порядка точности, полученным с помощью схемы набегающего потока (upwind scheme). Показано, что на одинаковых временных и пространственных сетках величина абсолютной погрешности в дискретном аналоге L_1 -нормы отличается не более чем на 5%. Посредством разработанной версии полу-Лагранжевого метода получено численное решение с шагом по времени, который в разы больше максимально допустимого значения шага по времени для схемы набегающего потока. Таким образом, продемонстрирована возможность использовать больший шаг по времени, сократить вычислительные затраты и существенно снизить время расчетов.

С помощью использования оптимизации компилятора достигнуто существенное (более чем в два раза) сокращение времени работы последовательной программы. Разработана параллельная версия алгоритма, которая реализована с помощью технологии OpenMP. Посредством вычислительных экспериментов показано, что: накладные расходы, связанные с синхронизацией в OpenMP-версии не велики; для максимального ускорения OpenMP-версии программы выгодно использовать технологию HyperThreading с загрузкой максимально возможного количества логических ядер.

Публикации

1. *A.V. Vyatkin, V.V. Shaydurov* Integral semi-lagrangian approach for two-dimensional continuity equation // Zbornik radova konferencije MIT 2013. – Kosovska Mitrovica: Priridno-matematicki fakultet, 2014 – P. 739-745.
2. *A.V. Vyatkin, V.V. Shaydurov* Theoretical Justification of Integral Semi-Lagrangian Scheme // Abstracts. “International Conference on Advanced Mathematics, Computations and Applications 2014”. Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia. June 8-11, 2014. – Novosibirsk: Academizdat, 2014 – P. 15-16.
3. *Якубович М.В.* Численное моделирование течений газа в канале с обратным уступом // Тезисы докладов IV Всероссийской конференции «Математическое моделирование и вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных научных исследованиях». Иркутск, Россия. 30 июня – 04 июля 2014 г. – Иркутск: РИО ИДСТУ СО РАН, 2014 – С. 75.
4. *Вяткин А.В.* Полу-Лагранжева численная схема, основанная на трансформировании области интегрирования // XV Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Программа и тезисы докладов. – Тюмень, 2014. – С. 25.
5. *Ефремов А.А., Карпова Е.Д., Вяткин А.В.* Полу-Лагранжева численная схема, основанная на трансформировании области интегрирования // XV Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Программа и тезисы докладов. – Тюмень, 2014. – С. 32-33.
6. *Якубович М.В.* Расчет сверхзвуковых течений газа в канале // Решетневские чтения: материалы XVIII Междунар. науч. конф., посв. 90-летию со дня рождения генер. конструктора ракет.-космич. систем акад. М. Ф. Решетнева (11–14 ноября 2014 г., г. Красноярск): в 3 ч. / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. – Красноярск, 2014. – Ч. 2 – С. 173.