### ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО НАУЧНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ

# ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

УДК 519.62/.64 N гос. регистрации 01201356265 УТВЕРЖДЕН Протоколом заседания Ученого совета от 20.01.2016 № 1/2016

Председатель Ученого совета член-корреспондент РАН \_\_\_\_\_\_ В.В. Шайдуров "\_\_\_" \_\_\_\_ 2016 г.

### ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

БАЗОВЫЙ ПРОЕКТ IV.36.1.1 "РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ В БЛИЖНЕМ КОСМОСЕ" ПРОГРАММЫ СО РАН IV.36.1 "НОВЫЕ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ ИССЛЕДОВАНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ, АВТОМАТИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ". № ГОС. РЕГИСТРАЦИИ 01201356265.

(промежуточный)

Руководитель темы член-корреспондент РАН \_\_\_\_\_ В.В. Шайдуров "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2016 г.

Красноярск 2016

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы		
член-корреспондент РАН		В.В. Шайдуров
Исполнители:	(подпись,дата)	
зав. отд., д.фм.н.		Н.В. Еркаев
	(подпись,дата)	
г.н.с., д.т.н.		ГГ Крушенко
	(подпись,дата)	- т.т. крушенко
г.н.с., д.фм.н. в.н.с., д.фм.н.		- Н.Я. Шапарев
	(подпись,дата)	I
	(nodmici dama)	- А.П. Гаврилюк
в.н.с., д.фм.н.	(noonuce,oama)	
	(подпись,дата)	- В.В. Денисенко
в.н.с., д.фм.н.		
	(подпись,дата)	- И.В. Краснов
уч. секр., к.фм.н.		A B Batkuh
	(подпись,дата)	
с.н.с., к.фм.н.		- Е.Н. Васильев
снс кф-мн	(подпись,дата)	
o.n.o., k.q. m.n.	(подпись дата)	- В.А. Деревянко
с.н.с., к.фм.н.	(noonaco,ouna)	
	(подпись,дата)	- Г.И. Щепановская
н.с., к.фм.н.		
	(подпись,дата)	- Л.Б. Гилева
н.с., к.фм.н.		- Е.В. Дементьева
ue reb vu	(подпись,дата)	
н.с., к.фм.н.	(nodmici dama)	- А.Е. Ершов
н.с., к.фм.н.	(поопись,оита)	
2 I	(подпись,дата)	- И.Л. Исаев
н.с., к.фм.н.		
	(подпись,дата)	- Л.П. Каменщиков
м.н.с., к.фм.н.		- ВВ Леперанко
	(подпись,дата)	в.в. деревлико

м.н.с.

W.11.C.		М В Якубович
	(подпись,дата)	111.D. 71KJ00DH I
ведущий инженер		
	(подпись,дата)	А.В. Макуха
старший инженер		
	(подпись дата)	С.В. Кукушкин
старший инженер	(10011100,001110)	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		И.В. Тимошина
Nuveuen	(noonuce,oama)	
unixenep		Д.П. Емельянов
	(подпись,дата)	
инженер		АА Пустынский
	(подпись,дата)	
нормоконтролер		
	(подпись,дата)	А.Д. ДЯТКИН

### ΡΕΦΕΡΑΤ

Отчёт 25 с., 13 рис., 1 прил.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ, СИСТЕМЫ ТЕРМОРЕГУЛИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ, МАГНИТОСФЕРА ЗЕМЛИ, ИОНОСФЕРА, ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ, УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА, УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ГАЗА, ДИССИПАТИВНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ РЕШЕТКА, ОПТИЧЕСКИЙ МЕТОД УДЕРЖАНИЯ ИОНОВ

Проект направлен на реализацию информационно-вычислительных моделей для моделирования сложных динамических процессов. В течение 2015 года в соответствии с планом исследований осуществлены следующие работы.

Проведены верификация и совершенствование ранее созданной вычислительной модели двухфазной системы терморегулирования космического аппарата путем сравнения с экспериментальными данными, полученными при наземных испытаниях на тепловых контурах в АО «Информационные спутниковые системы» им. академика М.Ф. Решетнева. С помощью вычислительных экспериментов получены рекомендации по исключению нежелательных колебательных режимов бортовых систем терморегулирования.

Разработана вычислительная магнитогидродинамическая модель космической плазмы с учетом неоднородной проводимости и эффекта Холла, которая позволяет выполнять расчет магнитного пересоединения в магнитосфере Земли, происходящего на границе раздела антипараллельных магнитных полей в относительно тонком пограничном слое. В результате вычислительного моделирования показана принципиальная важность магнитного пересоединения для описания динамики солнечного ветра с учетом распространяющихся в нем межпланетных корональных выбросов. Их важной разновидностью являются так называемые магнитные облака – вытянутые тороидальные полости, заполненные спиральным магнитным полем. Они распространяются с большой скоростью от Солнца к Земле и при встрече с магнитосферой Земли вызывают сильные возмущения геомагнитного поля (магнитные бури).

На основе системы нестационарных уравнений Навье-Стокса для вязкого теплопроводного газа уточнена математическая модель динамики гиперзвукового течения воздуха для высоких температур и больших давлений, когда неприемлемы уравнения состояния для совершенного газа. В результате детального анализа равновесных

состояний воздуха при разных температурах и давлениях разработаны соотношения, характеризующие равновесное разбиение полной внутренней энергии на поступательную и вращательно-колебательную часть на основе расчетных термодинамических характеристик воздуха, полученных в 1950-х – 1960-х годах с учетом имевшихся эмпирических данных. В итоге их использования для уточнения температуры повысилась точность расчетов течений газа при значительных разбросах давления и температуры, что особенно важно для целей приближения к турбулентному режиму.

С целью создания математической модели, описывающей динамику сильно взаимодействующих ионов в трехмерной диссипативной оптической сверхрешётке (ДОС) с учётом скоростного профиля радиационных сил выведены уравнения Фоккера-Планка для многочастичной квазиклассической вигнеровской функции распределения ионов в резонансном полихроматическом оптическом поле. Для описания динамики сильно взаимодействующих ионов в трехмерной ДОС с учётом неконсервативного характера радиационных сил и их нелинейной зависимости от скорости ионов построена система дифференциальных мультипликативных стохастических уравнений Ланжевена. Разработан алгоритм и программа (ориентированные на параллельные вычисления) для решения системы мультипликативных стохастических уравнений и исследования стохастической динамики ионов в трехмерной ДОС. Проведённые компьютерные расчёты и теоретический анализ обосновывают ранее предложенный полностью оптический (без использования радиочастотных, магнитостатических и электростатических полей) метод удержания взаимодействующих ионов.

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ7
1 Верификация и совершенствование вычислительной модели двухфазной системы
терморегулирования космического аппарата путем сравнения с экспериментальными
данными на тепловых контурах в АО «ИСС»
2 Создание математической модели пограничного слоя на границе магнитосферы Земли,
учитывающей влияние межпланетного магнитного поля10
3 Создание и теоретическое обоснование вычислительной технологии уточнения
параметров математических моделей и их решений с помощью метода конечных
элементов высоких степеней на основе применения сопряженных уравнений14
4 Разработка математической модели, описывающей динамику сильно
взаимодействующих ионов в трехмерной диссипативной оптической сверхрешётке с
учётом скоростного профиля радиационных сил. Вывод условий формирования и
долговременного удержания двух-ионных (кулоновских) кластеров в ячейках такой
сверхрешетки
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
ПРИЛОЖЕНИЕ А

#### ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с планом работ на 2015 г. исследования проводились по следующим темам.

- Верификация и совершенствование вычислительной модели двухфазной системы терморегулирования космического аппарата путем сравнения с экспериментальными данными на тепловых контурах в АО «ИСС».
- Создание математической модели пограничного слоя на границе магнитосферы Земли, учитывающей влияние межпланетного магнитного поля.
- Создание и теоретическое обоснование вычислительной технологии уточнения параметров математических моделей и их решений с помощью метода конечных элементов высоких степеней на основе применения сопряженных уравнений.
- 4. Разработка математической модели, описывающей динамику сильно взаимодействующих ионов в трехмерной диссипативной оптической сверхрешётке с учётом скоростного профиля радиационных сил. Вывод условий формирования и долговременного удержания двух-ионных (кулоновских) кластеров в ячейках такой сверхрешетки.

В течение 2015 года получены следующие результаты, изложенные в соответствующих разделах.

1 Верификация и совершенствование вычислительной модели двухфазной системы терморегулирования космического аппарата путем сравнения с экспериментальными данными на тепловых контурах в AO «ИСС»

Проведено сравнение результатов вычислительного моделирования двухфазных тепловых контуров с пассивной циркуляцией теплоносителя с экспериментальными данными, полученных для опытных образцов ДФК-СТР (рисунок 1), разработанных в АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва (Россия, г. Железногорск). Сравнение показало, что вычислительная модель адекватно описывает наблюдаемые в эксперименте процессы, в том числе, корректно описывает колебательные явления. Таким образом, модель может использоваться для исследования динамики двухфазных тепловых контуров.

Разработанная нестационарная модель теплового контура обеспечивает расчет распределения характеристик теплоносителя по контуру, температуры источника тепла и элементов контура в зависимости от времени. Проведено моделирование работы экспериментального образца теплового контура (рисунок 1), разработанного для перспективной двухфазной системы терморегулирования космического аппарата с раскрывающимися радиаторами. Сравнение результатов расчетов и экспериментальных



Рисунок 1 – Опытный образец системы терморегулирования спутника на базе контурной тепловой трубы с раскрывающимся радиатором

данных, полученных при наземных испытаниях теплового контура в условиях атмосферы, показало хорошее соответствие (рисунок 2). Вычислительная модель корректно описывает колебательные явления, наблюдаемые в физических экспериментах. С учетом нежелательности проявления колебательных режимов в бортовых тепловых контурах вычислительная модель стала инструментом поиска причин и условий исключения таких режимов.



Рисунок 2 – Сравнение экспериментальных измерений (слева на рисунке) с результатами моделирования (справа на рисунке) для контура без рекуператора. Qist – мощность источника теплоты, Tist – температура источника

С помощью вычислительного моделирования сначала были исследованы колебательные явления, возникающие в тепловом контуре при работе без рекуператора. Осцилляции температуры были связаны с периодическим перемещением границы полной конденсации теплоносителя по каналу конденсатора. Причиной наблюдаемых колебаний является запаздывающее воздействие на компенсационную полость переохлажденного конденсата, накапливающегося в жидкостной линии. Результаты вычислительного моделирования показали, что возможность возникновения колебаний, а также их интенсивность и частота зависят от многих характеристик контура. Важным параметром является объем жидкостной магистрали, увеличение которого приводит к возникновению колебаний. Увеличение теплоемкостей источника тепла и конденсатора также способствуют возникновению колебаний. Увеличение теплоемкости компенсационной полости вызывает противоположный эффект – снижение интенсивности осцилляций. Существенное влияние оказывает эффективность отвода тепла от конденсатора. Снижение коэффициента теплообмена между конденсирующимся теплоносителем и окружающей средой тоже способствует возникновению колебаний.

После этого проведено моделирование работы теплового контура с открытой линией рекуператора. Вычислительные результаты (рисунок 3) показали более устойчивую работу контура, что подтверждено экспериментальными данными. Рекуператор препятствует поступлению чрезмерно переохлажденного конденсата в компенсационную полость, предотвращая в ней резкое падение температуры и давления, которое и являлось основной причиной возникновения колебательного процесса.



Рисунок 3 – Работа контура с рекуператором: экспериментальные измерения (слева на рисунке) и результаты моделирования (справа на рисунке). Qist и Tist – мощность и температура источника теплоты.

2 Создание математической модели пограничного слоя на границе магнитосферы Земли, учитывающей влияние межпланетного магнитного поля

Разработана численная магнитогидродинамическая модель (МГД) космической плазмы с учетом конечной неоднородной проводимости и эффекта Холла, которая позволяет выполнять расчет магнитного пересоединения, происходящего на границе раздела антипараллельных магнитных полей в относительно тонком пограничном слое. Используется консервативная конечно-разностная схема, основанная на методе Годунова. Пересчет на каждый временной шаг выполняется в два этапа. На первом этапе определяются величины на промежуточном временном слое на основе решения задачи Римана о распаде разрывов на границах ячеек. На втором этапе выполняется пересчет на следующий временной слой на основе законов сохранения с использованием величин, найденных на первом этапе. При этом скорость, плотность и давление определяются по явной схеме, в отличие от магнитного поля. Оно удовлетворяет уравнению индукции с эллиптическим оператором, и его решение строится по неявной схеме с расщеплением по направлениям.

Под магнитным пересоединением понимают физический процесс, приводящий к топологической перестройке конфигурации магнитных силовых линий в пространстве. Исходное состояние, предшествующее магнитному пересоединению, предполагает наличие тонких токовых слоев, разделяющих разнонаправленные магнитные поля. Такие слои и необходимые условия для процесса магнитного пересоединения могут возникать как на границе магнитосферы Земли, так и на границах магнитных межпланетных корональных выбросов (магнитных облаков), движущихся в солнечном ветре к Земле. Для

моделирования процесса магнитного пересоединения необходимо учитывать конечную проводимость среды, которая может быть существенно неоднородной и иметь тензорный характер.

В результате численного моделирования показана принципиальная важность учета магнитного пересоединения для описания динамики солнечного ветра на основе численного МГД моделирования межпланетных корональных выбросов, распространяющихся в солнечном ветре. Важной разновидностью таких выбросов являются так называемые магнитные облака, представляющие собой вытянутые тороидальные полости, заполненные спиральным магнитным полем. Такие облака распространяются с большой скоростью от Солнца к Земле. При встрече с магнитосферой Земли они вызывают деформации ее границы, а также сильные возмущения геомагнитного поля (магнитные бури).

Разработанная численная модель применена для изучения взаимодействия движущегося магнитного облака с окружающей плазмой солнечного ветра в двумерной постановке задачи. При этом само магнитное облако моделировалось цилиндрической полостью с усиленным азимутальным магнитным полем и пониженной плотностью газа. Расчеты выполнялись в системе отсчета магнитного облака, в которой сверхзвуковой внешний поток обтекает покоящееся препятствие цилиндрической формы. На внешней границе расчетной области заданы скорость, плотность, и давление газа, а также внешнее магнитное поле, которое усиливается по мере приближения к границе облака. На обтекаемой границе заданы значения давления и магнитного поля, характерные для внутренней зоны магнитного облака.

На рисунке 4 показаны полученные в результате расчета распределения магнитного поля и скорости в области обтекания цилиндрического магнитного облака. Вариации интенсивностей магнитного поля и скорости показаны градацией цвета, а направления векторов указаны стрелками. Внешний сверхзвуковой поток набегает справа налево и формирует отошедшую ударную волну, на которой скачком возрастают плотность, давление и магнитное поле, и падает скорость. Далее внутри зоны обтекания вблизи границы облака формируется другой фронт, связанный с магнитным пересоединением. На этом фронте происходит смена направления магнитного поля, магнитные силовые линии испытывают резкий поворот (почти излом), что приводит к значительному ускоренню плазмы под действием магнитного натяжения. В результате формируются две ускоренные струи газа, которые смыкаются в одну широкую струю за обтекаемым телом. При этом максимальная скорость газа, прошедшего через фронт магнитного пересоединения, значительно превышает скорость набегающего потока (более чем в два раза). Интенсивная



Рисунок 4 – Распределение магнитного поля (слева) и скоростей потока (справа) в области МГД обтекания цилиндрической магнитной полости с пересоединением магнитных полей

струя ускоренного газа за облаком создает реактивную силу, существенно уменьшающую результирующую силу сопротивления, тормозящую движущееся облако.

Таким образом, на основе выполненных МГД расчетов сделан вывод, что действующая на корональные выбросы сила сопротивления может значительно уменьшаться вследствие магнитного пересоединения, происходящего на передней границе объекта. Проведенные численные расчеты МГД обтекания корональных выбросов в процессе их движения показали уменьшение силы сопротивления в 3 раза. Этот результат позволяет объяснить наблюдаемые факты о сильной зависимости времени распространения магнитных облаков к Земле от взаимной ориентации магнитных полей внутри облака и в окружающем солнечном ветре. Следовательно, магнитное пересоединение является важным фактором, существенно влияющим на скорость перемещения межпланетных корональных выбросов и на время их распространения от Солнца до Земли.

Проведен статистический анализ данных о магнитном пересоединении в солнечном ветре. Экспериментальные данные сравнивались с теоретическими расчетами пересоединения (рисунок 5). При выполнении статистического анализа использовались данные о 51-ном событии магнитного пересоединения в солнечном ветре. Показано, что наилучшее согласие теории с наблюдениями достигается для вариаций тангенциальной компоненты магнитного поля (рисунок 5.а) с коэффициентом корреляции 0.96. Несколько худший коэффициент корреляции (0.87) получен для температуры в области ускоренного потока (рисунок 5.б).



а

Рисунок 5 – Статистический анализ вариаций магнитного поля и температуры на фронте магнитного пересоединения. Сравнение теоретических и экспериментальных значений

В ионосфере Земли электрические поля могут иметь как магнитосферное, так и атмосферное происхождение. С целью выяснения относительного вклада атмосферных источников были проанализированы известные модели проникновения электрического поля от поверхности Земли в ионосферу за счет электропроводности атмосферы, включая модели со сторонними токами. Описаны принципиальные недостатки моделей, предсказывающих значительное проникновение поля в ионосферу.

На основе существующих эмпирических моделей распределения проводимости в атмосфере и в ионосфере Земли создана модель глобального атмосферного проводника, учитывающая рельеф и различия между сушей и морем. Эта модель использована для расчетов проникновения электрических полей от поверхности Земли в ионосферу.

Основным результатом проведенного моделирования является доказательство малости напряженности проникающего поля, что исключает возможность его измерения приборами, установленными на спутниках. На Рисунке 6.6 представлена типичная модель из нашей статьи [3]. Как видно, даже в ночной ионосфере напряженность поля не превышает одного микровольта на метр, тогда как в ионосфере всегда существуют в тысячи раз более сильные поля, порождаемые другими генераторами.

Поскольку существуют математические модели, предсказывающие проникновение намного более сильных полей, такие модели проанализированы по мере их публикации. Показано, что либо они содержат ошибки в формулировках краевых задач, либо в них использованы значения входных параметров, на несколько порядков превышают диапазон значений, реально наблюдаемых в атмосфере Земли.В частности, в популярной модели ионосферных электрических полей над областью подготовки землетрясения наблюдаемые поля объясняются за счет стороннего тока из атмосферы, сила которого на порядок



Рисунок 6 – Модельные высотные распределения вертикальной (а) и горизонтальной (b) компонент напряженности электрического поля днем (тонкие линии) и ночью (жирные линии). Штриховой линией показана погрешность, которая возникает, если детальные расчеты в ионосфере заменить граничным условием на высоте 70 км. При постановке этого условия на высоте 90 км погрешность не видна

превышает суммарный ток в ионосферу от всех гроз, в среднем бушующих на Земле. Он должен быть в течение суток сосредоточен на территории с площадью 0.2% поверхности Земли. Такое грандиозное атмосферное явление никогда не наблюдалось.

На основе анализа существующих моделей сделан вывод, что наблюдаемое изменение ионосферного электрического поля является не причиной возмущений других ионосферных явлений, а их следствием. С учетом этого заключения следует привлекать другие физические механизмы для объяснения литосферного влияния на ионосферу.

3 Создание и теоретическое обоснование вычислительной технологии уточнения параметров математических моделей и их решений с помощью метода конечных элементов высоких степеней на основе применения сопряженных уравнений

Метод конечных элементов для решения уравнений математической физики состоит в построении приближенного решения во всей области определения с оценкой

ошибки (отклонения от точного решения) в некоторой норме также по всей области. Между тем, в подавляющем числе приложений исследователя интересует не решение в целом по области, а его некоторые функционалы. Например, в задаче обтекания жидкости или воздуха вокруг тела инженеров больше интересует сопротивление и подъемная сила, а не решение в каждой точке трехмерного пространства.

С помощью теории сопряженных задач доказаны теоремы о более высоком порядке сходимости некоторых линейных и квадратичных функционалов приближенного решения метода конечных элементов по сравнению с порядком сходимости этого же приближенного решения в целом по области. Причем разница тем больше, чем выше степень используемых конечных элементов. Теоретические заключения подтверждены вычислительными экспериментами. Например, при использовании бикубических элементов (рисунок 8) точность некоторых вычисленных линейных и квадратичных функционалов была на 2 порядка больше показателя сходимости самого приближенного решения. Каждый кружок на рисунке 8 означает, что степени свободы включают обе первых производных; а двойная стрелка – что вовлекается вторая смешанная производная.



Рисунок 8 – Кубические эрмитовы элементы. Слева: простой бикубический элемент, справа: элемент Богнера-Фокса-Шмита

Построено семейство треугольных эрмитовых элементов, дополняющих прямоугольный элемент Богнера-Фокса-Шмита (рисунок 9). Использование таких элементов вблизи границы области позволяет использовать элементы Богнера-Фокса-Шмита не только в областях, составленных из прямоугольников, но и в произвольных многоугольных областях, а также в областях с криволинейными участками границы. При этом полученное приближенное решение непрерывно во всей вычислительной области вместе с производными первого порядка, в отличие от использования лагранжевых элементов, не обеспечивающих непрерывность производных. Кроме того, использование эрмитовых элементов позволяет значительно уменьшить размерность системы уравнений по сравнению с лагранжевыми элементами, обеспечивающими такой же порядок сходимости. Теоретическая оценка сходимости подтверждена численным экспериментом.



Рисунок 9 – Треугольные элементы с криволинейной стороной

На основе системы нестационарных уравнений Навье-Стокса для вязкого теплопроводного газа создана математическая модель динамики гиперзвукового течения воздуха для высоких температур и больших давлений, когда неприемлемы уравнения состояния для совершенного газа. Дело в том, что при значительных изменениях температуры и давления изменяется равновесный баланс между поступательной внутренней энергией и совокупностью вращательной и колебательной энергий молекул газа. Поступательная внутренняя энергия определяет температуру и давление, входящие в уравнения Навье-Стокса. А вращательная и колебательная энергии хоть и являются частью полной внутренней энергии, но остаются невидимыми для этих уравнений. В классической теории они берутся пропорциональными поступательной энергии. В реальности эти виды внутренней энергии переходят друг в друга, так что температура газа далеко не пропорциональна суммарной внутренней энергии. Поэтому потребовался детальный анализ равновесных состояний воздуха при разных температурах и давлениях. В итоге разработаны соотношения, характеризующие равновесное разбиение полной внутренней энергии на поступательную и вращательно-колебательную часть на основе расчетных термодинамических характеристик воздуха, полученных российскими учеными в 1950-х – 1960-х годах с учетом имевшихся эмпирических данных. Эти соотношения порождают нелинейную зависимость температуры, давления и полной внутренней энергии, из которой в построенном вычислительном алгоритме однозначно определяется температура как функция давления и внутренней энергии. Динамический коэффициент вязкости определяется как функция температуры с удовлетворительной точностью. В итоге этих настроек и уточнений повысилась точность расчетов течений газа при значительных разбросах давления и температуры, что особенно важно для целей приближения к турбулентному режиму.

Численный метод решения остался прежним, как и разработанный ранее для совершенного газа: для совокупности производных оператора переноса применяется полу-лагранжева аппроксимация, а для остальных слагаемых – конформный метод

конечных элементов с билинейными конечными элементами. К двум уравнениям состояния для давления и динамического коэффициента вязкости как функций температуры и плотности добавилась процедура вычисления температуры через давление и полную внутреннюю энергию. На рисунке 10 представлено численное решение двумерной нестационарной системы уравнений Навье-Стокса при обтекании клина воздухом.



Рисунок 10 – Решение нестационарной системы уравнений Навье-Стокса. Слева представлен график плотности, а справа – продольной скорости в установившемся режиме

4. Разработка математической модели, описывающей динамику сильно взаимодействующих ионов в трехмерной диссипативной оптической сверхрешётке с учётом скоростного профиля радиационных сил. Вывод условий формирования и долговременного удержания двух-ионных (кулоновских) кластеров в ячейках такой сверхрешетки

Выведены уравнения Фоккера-Планка для многочастичной квазиклассической вигнеровской функции распределения ионов в резонансном полихроматическом оптическом поле и соответствующая этим уравнениям система мультипликативных стохастических дифференциальных уравнений Ланжевена, описывающая динамику сильно взаимодействующих ионов в трехмерной диссипативной полихроматической оптической сверхрешётке (ДОС) с учётом неконсервативного характера радиационных сил и их нелинейной зависимости от скорости ионов. Построенная математическая модель имеет существенно бо́льшую область применимости в сравнении с ранее использованной моделью, основанной на широко распространенном приближении медленных частиц. Получены также укороченные уравнения Ланжевена, описывающие динамику ионов в ДОС на временах, значительно превышающих время охлаждения ионов. Редукция исходных стохастических уравнений основана на построенном асимптотическом

разложении многочастичной функции распределения ионов в фазовом пространстве по малому параметру, который имеет смысл числа Кнудсена для рассматриваемой задачи. Разработан алгоритм и программа (ориентированная на параллельные вычисления) для решения системы мультипликативных стохастических уравнений и исследования стохастической динамики ионов в трехмерной ДОС. Для вычисления фазовых траекторий ионов использовался алгоритм Штёрмера-Верле, модифицированный для учёта диссипативных и стохастических сил, и длиннопериодный (с периодом повторения 10<sup>38</sup>) программный псевдослучайных чисел, адаптированный генератор также ДЛЯ параллельных вычислений. На основании разработанных моделей получены явные аналитические условия формирования долгоживущих двух-ионных кулоновских кластеров выпрямленными радиационными силами, подтверждаемые результатами компьютерного моделирования динамики ионов в ДОС. Характерная особенность этих условий перенормировка кулоновского ион-ионного взаимодействия и зависимость эффективного ИОНОВ ОТ параметров (перенормированного) заряда оптического поля. Такая перенормировка позволяет корректно учесть влияние неконсервативности выпрямленной градиентной силы, нелинейной зависимости оптических сил от скорости и существенно немаксвелловского характера распределения (типа распределения Цаллиса) ионов по скоростям на поведение ионов в ДОС. Расчёты проводились в Межведомственном суперкомпьютерном центре РАН (г. Москва) для случая ионов иттербия 171. Они подтверждают образование долгоживущих (со временем жизни порядка нескольких секунд и более) холодных двух-ионных и трёх-ионных кулоновских кластеров (с субдоплеровскими температурами, меньшими чем 5.5.10<sup>-4</sup> К) в ячейках ДОС при существенных факторах неконсервативности выпрямленной градиентной силы и нелинейной скоростной зависимости оптических сил. Типичное время расчета одного варианта для 10<sup>5</sup> независимых реализаций при 10<sup>7</sup> шагах по времени на суперкомпьютере МВС-100К составляет 12 часов или 24 часа соответственно на 256 или 128 процессорах.

Проведённые компьютерные расчёты и теоретический анализ являются обоснованием ранее предложенного полностью оптического (т.е. без использования радиочастотных, магнитостатических и электростатических полей) метода удержания взаимодействующих ионов (I.V.Krasnov, L.P. Kamenshchikov, *Optics Communications*, 312 (2014), pp. 192-198). Этот метод основан на использовании выпрямленных градиентных сил, действующих на ионы в трехмерной ДОС, и свободен от ряда нежелательных эффектов, присущих традиционным ионным ловушкам (типа нагрева ионов из-за микроосцилляций в радиочастотных ловушках Паули). Вероятными областями его применения могут быть: физика холодных столкновений, получение кулоновских кристаллов с

хорошо управляемыми параметрами, спектроскопия высокого разрешения и создание атомных часов с улучшенными характеристиками, работающими на основе холодных ионов, удерживаемых ДОС. На рисунке 11 показаны примеры рассчитанных (и усредненных по реализациям) траекторий ионов, формирующих двух- и трёх-ионные кулоновские кластеры, а также вероятность выживания кластера в зависимости от размера решетки *L*.



Рисунок 11 – Траектории ионов, формирующие двух-ионный (слева) и трех-ионный кластеры (справа)

Для автомодельного разлета газовой сферы получены пространственные и усредненные зависимости оптической плотности, формы и ширины линии поглощения внешнего излучения в зависимости от начальной оптической плотности  $\tau_0$  и отношения граничной скорости разлета газа к тепловой скорости атомов, равного а. Полученные асимптотические и численные значения этих данных хорошо совпадают при малых и больших а. Показано, что начальная оптическая плотность с ростом а уменьшается и при больших а становится ~1/a, что связано с частотным расширением коэффициента поглощения при разлете. В результате при  $\alpha > \tau_0$  возникает явление просветления (рисунок 12). Доплеровская форма линии поглощения пималых а сохраняется, а при  $\alpha >>1$  в области частот  $-\alpha < \Delta \omega < \alpha$  линия поглощения имеет постоянное значение, что обусловлено подавляющим влиянием разлета на спектр поглощения. При усреднении по сфере форма линии сглаживается. Ширина линии поглощения при малых  $\alpha$  по хорде  $\Delta \omega \sim (1+\alpha^2/3)$ , а при больших  $\alpha$  ширина линии равна  $2\alpha$ . При пространственном усреднении коэффициент, стоящий перед  $\alpha$ , уменьшается, что связано с изменением.

Для агрегатов наночастиц серебра с помощью оптодинамической модели проведены исследования взаимодействия импульсного лазерного излучения различной



Рисунок 12 – Усредненная по сфере оптическая толщина: кривые 1 и 2 соответствуют  $\tau_0 = 1$  и  $\tau_0 = 5$ , а ромбики – асимптотическим значениям

длительности с резонансными доменами плазмонно-резонансных наночастиц в виде монои полидисперсных димеров и тримеров. Выполнен сравнительный анализ влияния длительности импульса на кинетику характеристик резонансных доменов при изменении их локальной структуры в зависимости от интенсивности воздействующего излучения. Определены пороговые плотности энергии фотомодификации доменов (рисунок 13). Полученные результаты позволяют объяснить причины лазерных фотохромных реакций в материалах, содержащих коллоидные агрегаты из плазмонных наночастиц.



Рисунок 13 – Зависимость пороговой плотности энергии фотомодификации димера от длительности импульса

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В течение 2015 года выполнен полный цикл исследований, запланированных по данному проекту. В ходе его выполнения получены результаты, приоритет которых подтверждается рейтинговыми публикациями в ведущих Российских и зарубежных научных журналах.

Проведены верификация и совершенствование ранее созданной вычислительной модели двухфазной системы терморегулирования космического аппарата путем сравнения с экспериментальными данными, полученными при наземных испытаниях на тепловых контурах в АО «Информационные спутниковые системы» им. академика М.Ф. Решетнева. С помощью вычислительных экспериментов получены рекомендации по исключению нежелательных колебательных режимов бортовых систем терморегулирования.

Разработана вычислительная магнитогидродинамическая модель космической плазмы с учетом конечной неоднородной проводимости и эффекта Холла, которая позволяет выполнять расчет магнитного пересоединения в магнитосфере Земли, происходящего на границе раздела антипараллельных магнитных полей в относительно тонком пограничном слое. В результате вычислительного моделирования показана принципиальная важность магнитного пересоединения для описания динамики солнечного ветра с учетом распространяющихся в нем межпланетных корональных выбросов. Их важной разновидностью являются так называемые магнитные облака, представляющие собой вытянутые тороидальные полости, заполненные спиральным магнитным полем. Они распространяются с большой скоростью от Солнца к Земле и при встрече с магнитосферой Земли вызывают деформации ее границы, а также сильные возмущения геомагнитного поля (магнитные бури).

На основе системы нестационарных уравнений Навье-Стокса для вязкого теплопроводного газа уточнена математическая модель динамики гиперзвукового течения воздуха для высоких температур и больших давлений, когда неприемлемы уравнения состояния для совершенного газа. В результате детального анализа равновесных состояний воздуха при разных температурах и давлениях разработаны соотношения, характеризующие равновесное разбиение полной внутренней энергии на поступательную и вращательно-колебательную часть на основе расчетных термодинамических характеристик воздуха, полученных в 1950-х – 1960-х годах с учетом имевшихся эмпирических данных. В итоге их использования для уточнения температуры повысилась точность расчетов течений газа при значительных разбросах давления и температуры, что особенно важно для целей приближения к турбулентному режиму.

С целью создания математической модели, описывающей динамику сильно взаимодействующих ионов в трехмерной диссипативной оптической сверхрешётке (ДОС) с учётом скоростного профиля радиационных сил выведены уравнения Фоккера-Планка для многочастичной квазиклассической вигнеровской функции распределения ионов в резонансном полихроматическом оптическом поле. Построена соответствующая этим уравнениям система мультипликативных стохастических дифференциальных уравнений Ланжевена, описывающая динамику сильно взаимодействующих ионов в трехмерной ДОС с учётом неконсервативного характера радиационных сил и их нелинейной зависимости от скорости ионов. Получены также укороченные уравнения Ланжевена, описывающие динамику ионов в ДОС на временах, значительно превышающих время охлаждения ионов. Разработан алгоритм и программа (ориентированные на параллельные вычисления) для решения системы мультипликативных стохастических уравнений и исследования стохастической динамики ионов в трехмерной ДОС. Проведённые компьютерные расчёты и теоретический анализ обосновывают ранее предложенный полностью оптический (без использования радиочастотных, магнитостатических и электростатических полей) метод удержания взаимодействующих ионов.

### ПРИЛОЖЕНИЕ А

#### Основные публикации

- В.В. Денисенко, О.Э. Якубайлик. Учет рельефа при вычислении сопротивления глобального атмосферного проводника. // Солнечно-земная физика. – 2015. – М.: ИНФРА-М. – Т. 1, Вып. 1. – С. 104-108. DOI: 10.12737/6044.
- В.В. Денисенко. Оценки проникновения электрического поля от земли в ионосферу. // Химическая физика. – 2015. – Т. 34, № 10. – С. 44-50. DOI: 10.7868/S0207401X15100064.
- V.V. Denisenko. Estimate for the strength of the electric field penetrating from the Earth's surface to the ionosphere. // Russian Journal of Physical Chemistry B. 2015. Vol. 9. No. 5. P. 789-795. DOI: 10.1134/S199079311505019X.
- Yu.L. Sasunov, V.S. Semenov, M.F. Heyn, N.V. Erkaev, I.V. Kubyshkin, K.Yu. Slivka, D.B. Korovinskiy, M.L. Khodachenko. A statistical survey of reconnection exhausts in the solar wind based on the Riemannian decay of current sheets. // Journal of Geophysical Research. 2015. Vol. 120, No 10. P. 8194-8209. DOI: 10.1002/2015JA021504.
- A.E. Ershov, A.P. Gavrilyuk, S.V. Karpov. Plasmonic Nanoparticle Aggregates in High-Intensity Laser Fields: Effect of Pulse Duration // Plasmonics. – 2015. – Published online: 25.08.2015. DOI: 10.1007/s11468-015-0054-8.
- 6. *Н.Я. Шапарев.* Характеристики поглощения излучения в расширяющейся газовой сфере. // ДАН. 2015. Т. 465, № 1. С. 29.
- V. Shaydurov, G. Shchepanovskaya, M. Yakubovich. A mathematical model of the passage of an asteroid-comet body through the Earth's atmosphere // AIP Conference Proceedings. – 2015. – V. 1684. – P. 020003-(1-9). DOI: 10.1063/1.4934284.
- V. Shaydurov, T. Liu, G. Shchepanovskaya, M. Yakubovich. A semi-Lagrangian approximation in the Navier-Stokes equations for the gas flow around a wedge // AIP Conference Proceedings. – 2015. – V. 1684. . – P. 090011-(1-11). DOI: 10.1063/1.4934336.
- E. Dementyeva, E. Karepova, V. Shaidurov. Inverse Problem of a Boundary Function Recovery by Observation Data for the Shallow Water Model // Lecture Notes in Computational Science and Engineering. – 2015. – V. 103. – P. 499-507.
- E.V. Dementyeva, E.D. Karepova, V.V. Shaidurov. The semi-lagrangian FEM to the Navier-Stokes model for viscous incompressible fluid // Proceedings of Fourth China-Russia Conference Numerical Algebra with Application. – Rostov-on-Don: Southern Federal University Publishing. – 2015. – P. 21-22.

- 11. Р.П. Магденко, Л.В. Гилева. Решение трехмерного уравнения Пуассона с использованием триквадратных зрмитовых конечных элементов // Молодой ученый. – 2015. – №11(91). – С. 83-88.
- V. Shaydurov, T. Xu. Superconvergence of some linear and quadratic functionals for higherorder finite elements // Lecture Notes in Computer Science. – 2015. – V. 9045. – P. 84-95.
- E. Dementyeva, E. Karepova, V. Shaidurov. The semi-Lagrangian approximation in the finite element method for the Navier-Stokes equations // AIP Conference Proceedings. – 2015. – V. 1684 – P. 090009-1-8.
- L.Gileva, V.Shaidurov, B.Dobronets. A family of triangular Hermite finite elements complementing the Bogner-Fox-Schmit rectangle // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. - 2015. - 30(2). - C. 73-85.
- 15. С.Г. Кочура, В.Е. Косенко, В.Н. Школьный, С.Б. Сунцов, Е.А. Морозов, В.А. Деревянко, А.В. Макуха. Метод тепловакуумных испытаний бортовой радиоэлектронной аппаратуры негерметичных космических аппаратов на основе тепловизионной измерительной системы. // Наукоемкие технологии. – 2015. – Т. 16. № 3. – С. 34-38.
- A.P. Gavrilyuk., I.L. Isaev. Laser cooling of electron-ion plasma in the case of optimal scanning of the laser frequency. // Quantum Electronics. – 2015. – Vol. 45, iss.11. – P. 1037-1042.
- 17. *I.V. Krasnov*. Conditions for formation and trapping of the two-ion Coulomb cluster in the dissipative optical superlattice. // Chinese Physics. B. 2015. Vol. 24. P. 063701-(1-9).
- I.V. Krasnov, L.P. Kamenshchikov. Ions in the cell of the dissipative optical superlattice: cooling trapping and Coulomb cluster formation. // Laser Physics. – 2015. – Vol. 25, № 11. – P. 115501-(1-8).
- 19. A.E. Ershov, A.P. Gavrilyuk, S.V. Karpov, P.N. Semina. Effect of local environment in resonant domains of polydisperse plasmonic nanoparticle aggregates on optodynamic processes in pulsed laser fields. // ChinesePhysics B. – 2015 – Vol. 24, iss, 4. – P. 047804 (1-8).
- 20. K.Yu. Slivka, V.S. Semenov, N.V. Erkaev, N.P. Dmitrieva, I.V. Kubyshkin, H. Lammer. Peculiarities of magnetic barrier formation for southward and northward directions of IMF. // J. Geophys. Res., DOI: 10.1002/2015JA021250.
- D.B. Korovinskiy, A.V. Divin, N.V. Erkaev, V.S. Semenov, A.V. Artemyev, V.V. Ivanova, I.B. Ivanov, G. Lapenta, S. Markidis, H.K. Biernat. The double-gradient magnetic instability: Stabilizing effect of the guide field. // Physics of Plasmas. 2015. Vol. 22, No 1. 012904.

- 22. A. Vyatkin. A semi-Lagrangian algorithm based on the integral transformation for the three dimensional advection problem // AIP Conference Proceedings. 2015. Vol. 1684. P. 090012-(1-8). DOI: 10.1063/1.4934337.
- 23. Yu. Fateev, D. Dmitriev, V. Tyapkin, V. Shaydurov. The Phase Ambiguity Resolution by the Exhaustion Method in a Single-Base Interferometer. // WSEAS Transactions on Signal Processing. – 2015. – Vol. 11. – P. 296-303.
- 24. *Тестоедов Н.А., Двирный В.В., Крушенко Г.Г., Двирный Г.В.* Возможности построения радиосвязи с помощью орбитальных отражателей и магнитных антенн вращающейся поляризации // Вестник СибГАУ. 2015. Т. 16, № 2. С. 364-367.
- 25. *Тестоедов Н.А., Крушенко Г.Г., Морозов Е.А. Двирный В.В., Катык К.В.* Реализация инновационных разработок на ряде аэрокосмических предприятий // Вестник СибГАУ. 2015. Т. 16, № 4, С. 1078-1081.
- 26. *Крушенко Г.Г.* Повышение качества литых деталей турбонасосного агрегата ЖРД // Технология машиностроения. – 2015. – № 11 – С. 10-14.