

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР «КРАСНОЯРСКИЙ
НАУЧНЫЙ ЦЕНТР СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СО РАН –
ОБОСОБЛЕННОЕ ПОДРАЗДЕЛЕНИЕ ФИЦ КНЦ СО РАН
(ИВМ СО РАН)

УДК 519.62/.64
Рег. № НИОКТР АААА-А18-118011890022-1

УТВЕРЖДАЮ

Директор ФИЦ КНЦ СО РАН,
д. ф.-м. н

«30» января 2019 г. Н.В. Волков

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

“МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ
КОМПЛЕКСОВ НОВЫХ ПОКОЛЕНИЙ”
(промежуточный за 2018 год)

Направление фундаментальных исследований
IV.36 Системы автоматизации, CALS-технологии, математические модели и методы
исследования сложных управляющих систем и процессов

(номер темы 0356-2017-0006)

Протокол Ученого совета ФИЦ КНЦ СО РАН
№ 02/2019 от «30» января 2019 г.

Руководитель НИР
директор ИВМ СО РАН,
д-р физ.-мат. наук, профессор

_____ В.М. Садовский

Красноярск 2018

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы д.ф.-м.н., профессор		В.М. Садовский
	(подпись, дата)	
Исполнители:		
зав. отделом, к.ф.-м.н.		Е.Д. Каропова
	(подпись, дата)	
г.н.с., д.ф.-м.н.		Е.А. Новиков
	(подпись, дата)	
в.н.с., д.т.н.		В.А. Кочнев
	(подпись, дата)	
в.н.с., д.т.н.		К.В. Симонов
	(подпись, дата)	
с.н.с., к.ф.-м.н.		И.В. Киреев
	(подпись, дата)	
с.н.с., к.ф.-м.н.		Е.С. Кирик
	(подпись, дата)	
с.н.с., к.ф.-м.н.		А.А. Лукьянов
	(подпись, дата)	
с.н.с., к.ф.-м.н.		А.Д. Матвеев
	(подпись, дата)	
с.н.с., к.ф.-м.н.		А.Н. Рогалев
	(подпись, дата)	
с.н.с., к.ф.-м.н.		О.В. Садовская
	(подпись, дата)	
н.с., к.ф.-м.н.		М.П. Варыгина
	(подпись, дата)	
м.н.с., к.т.н.		Т.Б. Витова
	(подпись, дата)	
м.н.с.		И.В. Смолехо
	(подпись, дата)	
м.н.с.		Е.П. Ченцов
	(подпись, дата)	
программист		И.А. Ларионова
	(подпись, дата)	
программист		А.В. Малышев
	(подпись, дата)	
инженер		А.Е. Королева
	(подпись, дата)	
Нормоконтроль		А.В. Вяткин
	(подпись, дата)	

РЕФЕРАТ

Отчет 38 с., 18 рис., 1 табл., 2 прил.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ, ГИДРОДИНАМИКА, ДЕФОРМИРУЕМАЯ СРЕДА, БЛОЧНАЯ СТРУКТУРА, ГЕОМОНИТОРИНГ, ПРОБЛЕМЫ БЕЗОПАСНОСТИ

Основная цель работы по проекту состоит в создании эффективных методов численной реализации сложных математических моделей природных и технологических процессов на высокопроизводительных ЭВМ.

В результате проведенных исследований предложен метод построения определяющих соотношений общего вида, учитывающих упругие, пластические и вязкие свойства волокнистых композитных материалов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию. Построены лагранжевы трехмерные многосеточные конечные элементы (МнКЭ) для расчета упругих композитных пластин и балок. Метод позволяет проектировать структурно неоднородные элементы сложной формы, у которых один из размеров значительно больше или меньше двух других, что характерно для оболочечных конструкций. Разработан метод расчета многослойных упругих цилиндрических и конических оболочек сложной формы при статическом нагружении с применением трехмерных лагранжевых МнКЭ.

Созданы параллельные вычислительные алгоритмы, реализующие разработанную на предыдущем этапе выполнения проекта вычислительную технологию для решения краевых задач для уравнений Навье–Стокса вязкой несжимаемой жидкости с помощью современных гибридных высокопроизводительных вычислительных архитектур. Предложены и апробированы новые алгоритмы интегрирования переменного шага на основе методов первого и второго порядков точности для решения гибридных задач с учетом нелинейного поведения событийной функции, формулируемых в терминах дифференциально-алгебраических систем уравнений.

Представлены новые результаты численного моделирования данных комплексного геомониторинга катастрофических геодинамических природных процессов, включающие результаты анализа особенностей изменения параметра EWH (Equivalent Water Height) над геоидом по спутниковым измерениям космической системы GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment). В постановке плоской деформации на основе модели упругих блоков, взаимодействующих через веерную структуру в условиях сильного гидростатического сжатия, исследован высокоскоростной процесс образования

тектонических разломов в зонах сейсмической активности Земной коры (всеерный механизм Тарасова).

Выполнен анализ устойчивости дискретно-непрерывной модели движения людей для решения задач эвакуации из зданий и сооружений к входным данным по начальной скорости людей. Создана подмодель динамической адаптации параметров, как функций от времени и пространственных переменных.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. Построение определяющих соотношений разного уровня сложности для описания процессов упругопластического деформирования композитов волокнистой структуры. Развитие методов расчета композиционных материалов под действием статических и динамических нагрузок.....	7
2. Освоение новых гибридных высокопроизводительных аппаратных и программных архитектур на основе технологий параллелизма и векторизации; адаптация к ним разработанных вычислительных алгоритмов для решения краевых задач для уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.....	12
3. Разработка численных методов первого и второго порядка точности для решения гибридных задач, формулируемых в терминах неразрешенных относительно производных систем обыкновенных дифференциальных уравнений	17
4. Численное моделирование данных геомониторинга катастрофических геодинамических природных процессов с учетом влияния прилива в геосреде	21
5. Развитие дискретно-непрерывной модели движения людей: анализ устойчивости модели к входным данным по начальной скорости людей, создание подмодели динамической адаптации параметров модели как функций от времени и пространства	28
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	34
ПРИЛОЖЕНИЕ А	35
ПРИЛОЖЕНИЕ Б	37

ВВЕДЕНИЕ

Проблема разработки вычислительных технологий для решения ресурсоемких научно-исследовательских и прикладных задач на суперкомпьютерах высокой производительности имеет большое научное и практическое значение. Это связано с постоянным совершенствованием применяемых математических моделей и определяется возрастающими требованиями к точности результатов моделирования. В Институте вычислительного моделирования СО РАН – обособленном подразделении ФИЦ КНЦ СО РАН сложились коллективы специалистов в области математического моделирования и разработчиков параллельных вычислительных алгоритмов и программ. Имеется необходимая техническая база – собственные многопроцессорные ЭВМ средней производительности, которые могут быть использованы для отладки, тестирования программ и для проведения расчетов относительно небольших задач, и высокоскоростные сетевые средства доступа к удаленным Российским суперкомпьютерам. Таким образом, в ИВМ СО РАН имеются все необходимые предпосылки для успешного выполнения фундаментальных научных исследований, соответствующих мировому уровню в научном направлении данного проекта.

Настоящий отчет является промежуточным отчетом 2018 года по теме «Математическое моделирование сложных систем и процессов с применением высокопроизводительных вычислительных комплексов новых поколений».

1. Построение определяющих соотношений разного уровня сложности для описания процессов упругопластического деформирования композитов волокнистой структуры. Развитие методов расчета композиционных материалов под действием статических и динамических нагрузок.

Ранее руководителем и исполнителями проекта был развит оригинальный подход к построению феноменологических определяющих соотношений деформируемых сред с помощью обобщенного реологического метода. В этом методе сложные деформационные свойства структурно неоднородного материала имитируются интуитивно подобранной реологической схемой, включающей в себя традиционные базовые элементы для описания упругости, пластичности и вязкости и, наряду с ними, новый элемент, используемый для моделирования различного сопротивления материала растяжению и сжатию. На основе этого подхода были построены математические модели разномодульных, разнопрочных и сыпучих сред различного уровня сложности. Результаты исследования были опубликованы в высокорейтинговых Российских и зарубежных научных журналах, выпущены монографии в издательствах «Физматлит» и Springer (<https://www.springer.com/us/book/9783642290527>). Получаемые в рамках такого подхода модели универсальны (пригодны для описания пространственного напряженно-деформированного состояния общего вида), требуют минимальной информации о материале (минимального набора феноменологических коэффициентов) и имеют хорошую математическую структуру, гарантирующую устойчивость счета при численной реализации моделей.

В отчетном году обобщенный реологический метод применялся к описанию однонаправленных композитных материалов, в которых волокна имеют относительно высокую жесткость при растяжении и низкую – при сжатии. Ярким свойством разномодульности и разнопрочности обладает лед, армированный геосинтетическими нитями. Такое армирование применяется при организации переправ через водоемы в зимнее время и в условиях Арктики. Для этого типа композитов модуль Юнга и предел прочности при растяжении близки к характеристикам прочной арматуры, а при сжатии они равны характеристикам хрупкого льда. Другой представитель – органоластики с арамидными волокнами, предел прочности которых при сжатии в 5 – 10 раз ниже, чем при растяжении (<http://polycomposite.ru/composite/organoplastik.php>). К ним же относятся углеластики, применяемые, например, в аэрокосмической отрасли в силовых конструкциях антенных устройств космических аппаратов.

Простейший пример напряженно-деформированного состояния, в котором проявляется разное сопротивление волокнистого композита растяжению и сжатию – это состояние чистого изгиба. При изгибе пластины или балки верхние волокна по направлению прогиба растягиваются, а нижние сжимаются. Жесткость волокон на растяжение значительно больше жесткости матрицы, а при сжатии волокна слабо влияют на жесткость композита в целом (их вклад практически равен нулю для нитей, используемых при армировании льда). В случае высокопрочных углепластиков с увеличением прогиба (с увеличением кривизны) происходит потеря устойчивости и последующее отслоение волокон от матрицы в зоне сжатия, что приводит к дальнейшему снижению сопротивления материала в этой зоне.

Положение нейтральной линии при чистом изгибе пластины из материала, по-разному сопротивляющегося растяжению и сжатию, не совпадает со срединной линией, как в классической задаче изгиба с симметричной диаграммой одноосного растяжения–сжатия. Кроме того, положение нейтральной линии меняется по мере разрушения и отслоения волокон. Анализ точного решения задачи изгиба показывает, что ошибка в определении прогиба композитной пластины может достигать 90 %, если при расчете изгибной жесткости композита не учитывать изменение модуля упругости при смене знака деформации.

На рис. 1 приведена простейшая реологическая схема разномодульного упругого материала. При учете вязких и пластических свойств, в соответствии с реологическим методом, в нее необходимо встроить вязкие и пластические элементы. Левая пружина в схеме характеризует жесткость материала при сжатии, правая пружина – приращение жесткости при растяжении. Жесткий контакт учитывает переход от состояния сжатия к растяжению, и наоборот. По закону Гука

$$\sigma - \sigma' = a : \varepsilon, \quad \sigma' = b : (\varepsilon - \varepsilon'), \quad (1)$$

где σ и ε – тензоры действительных напряжений и деформаций, σ' – тензор напряжений, соответствующий правой пружине, ε' – разность между тензорами деформаций, соответствующими левой и правой пружинам, a и b – тензоры модулей упругости, двоеточие означает двойную свертку. Определяющие соотношения жесткого контакта формулируются в виде вариационного неравенства:

$$\sigma' : \delta \varepsilon' \geq 0, \quad \varepsilon', \varepsilon' + \delta \varepsilon' \in C., \quad (2)$$

Здесь $\delta\varepsilon'$ – вариация ε' , C – конус допустимых деформаций. Для однонаправленного волокнистого композита $C = \{\varepsilon \mid \varepsilon_{11} \leq 0\}$, где ε_{11} – деформация в направлении волокна. В случае перекрестного армирования конус C имеет более сложный вид.

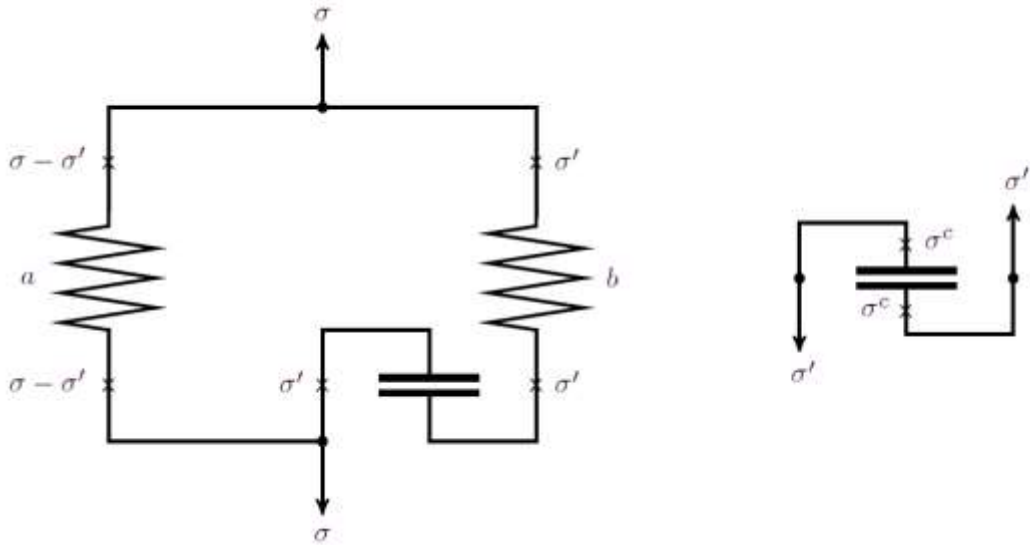


Рисунок 1 – Реологическая схема упругого композитного материала

С помощью математического аппарата выпуклого анализа доказывается, что соотношения (1), (2) приводят к определяющему уравнению

$$\sigma = (a + b) : \varepsilon - b : P(\varepsilon), \quad (3)$$

в котором $P(\varepsilon)$ обозначает проекцию тензора ε на конус C по норме $|\varepsilon|^2 = \varepsilon : b : \varepsilon$.

Если $\varepsilon \in C$, то $P(\varepsilon) = \varepsilon$. В этом случае уравнение (3) приводится к виду: $\sigma = a : \varepsilon$, и описывает состояние сжатия композита. Если $P(\varepsilon) = 0$, то из (3) вытекает уравнение $\sigma = (a + b) : \varepsilon$ для растяжения (с большей жесткостью). Случай, когда проекция принадлежит конической поверхности C , соответствует переходному состоянию, в котором сопротивление волокон растягивающей деформации нарастает по мере перемещения проекции к вершине конуса.

Определяющее уравнение (3) позволяет строить устойчивые вычислительные процедуры при решении краевых задач статического состояния и динамического деформирования волокнистых композитов. Разработка соответствующих алгоритмов и компьютерных программ для многопроцессорных ЭВМ является задачей исследования на следующих этапах проекта. В течение отчетного года были разработаны также более общие определяющие уравнения, учитывающие разное сопротивление растяжению и сжатию армирующих волокон и матрицы композита, вязкие и пластические деформации.

Для расчета упругих композитных пластин и балок сложной формы разработан метод построения лагранжевых трехмерных многосеточных конечных элементов (МнКЭ), позволяющий проектировать пространственные элементы сложной формы, у которых один из размеров значительно больше (или меньше) двух других, что характерно для задач расчета балок, оболочек и пластин. Основная суть метода состоит в том, что аппроксимирующие функции перемещений для крупных сеток МнКЭ представляются с помощью степенных и лагранжевых полиномов. На рис. 2 показаны двухсеточные КЭ (ДвКЭ) сложной формы: на рис. 1а – балочный ДвКЭ, рис. 1б – пластинчатый. Узлы крупных сеток ДвКЭ отмечены точками, $0 \leq \alpha, \beta < \pi/2$, h – толщина, H и B – характерные размеры пластинчатого ДвКЭ.

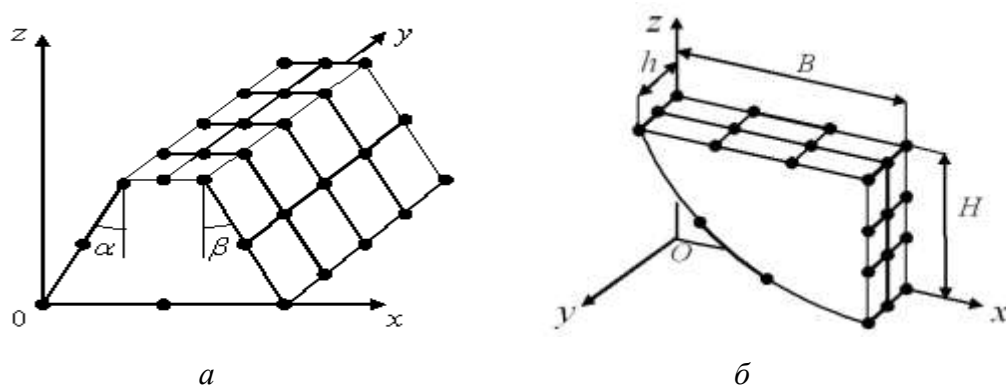


Рисунок 2 – Базисные функции ψ_{ij} для узлов крупных сеток

Двухсеточный КЭ представляется в виде $\psi_{ij}(x, y, z) = N_i(x, z)L_j(y)$, где $N_i(x, z)$ – базисные функции, которые построены с помощью степенного полинома $P_a(x, z)$ для узлов крупной сетки ДвКЭ, лежащих в плоскости Oxz , $L_j(y)$ – полиномы Лагранжа.

В предлагаемом численном методе расчета слоистых цилиндрических и конических оболочек различной формы и толщины используются трехмерные криволинейные лагранжевы МнКЭ оболочечного типа. Особенность процедуры построения МнКЭ состоит в том, что узлы полиномов Лагранжа по толщине оболочки совпадают с узлами крупных сеток МнКЭ, лежащих на общих границах разномодульных слоев. Матрицы жесткости и векторы узловых сил криволинейных лагранжевых МнКЭ определяются по известным алгоритмам. Развиваемый метод обеспечивает равномерную и быструю сходимость приближенных решений, что позволяет строить решения с заданной (малой) погрешностью. Эффективность предлагаемых МнКЭ состоит в том, что они порождают дискретные модели, размерность которых на несколько порядков меньше размерностей базовых моделей, что подтверждается расчетами.

Метод проектирования трехмерных конечных элементов сложной формы, которые используются для расчета композитных оболочек вращения, опишем на примере криволинейного ДвКЭ на рис. 3.

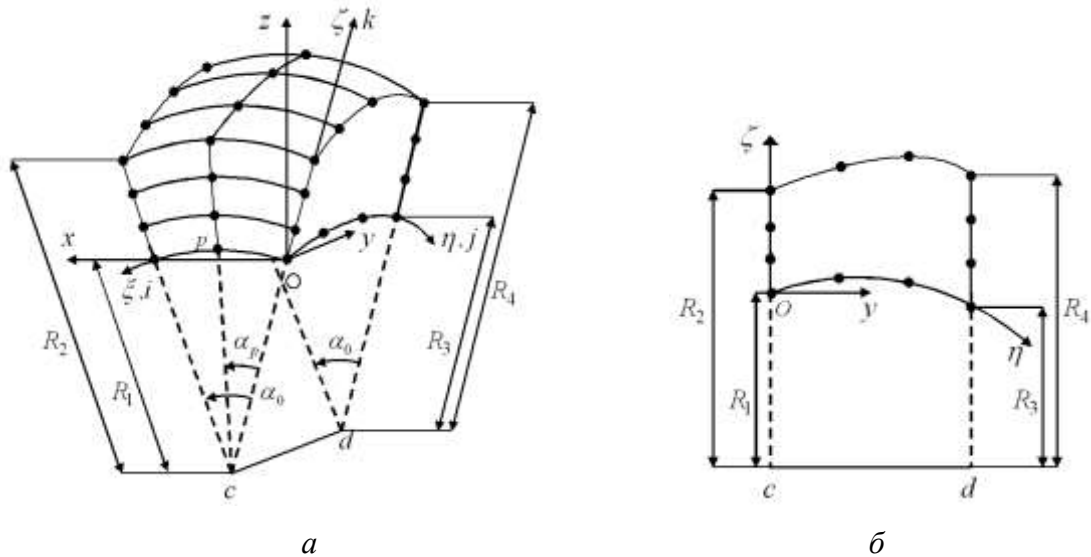


Рисунок 3 – Оболочечный ДвКЭ (а) и образующий ОдКЭ (б)

Базовое разбиение ДвКЭ, учитывающее неоднородную структуру материала, порождает мелкую сетку, на которой определяем крупную сетку (узлы крупной сетки отмечены точками, 36 узлов, рис. 3а). Сечение ДвКЭ, лежащее в плоскости $O\eta\zeta$, рассматриваем как плоский односеточный КЭ (ОдКЭ) 3-го порядка, имеющий 12 узлов крупной сетки (рис. 3б). Область ДвКЭ образуется вращением плоского ОдКЭ вокруг оси cd на угол α_0 раствора ДвКЭ, который отвечает разбиению оболочки на ДвКЭ. Радиусы R_1, R_3 (R_2, R_4) описывают нижние (верхние) границы боковых граней ДвКЭ. Для аппроксимации перемещений ОдКЭ используем полином $P_d(y, \zeta)$ третьей степени относительно переменных ζ и y . Базисную функцию ψ_{ijk} для узла i, j, k крупной сетки ДвКЭ представим в форме $\psi_{ijk}(\alpha, y, \zeta) = N_{jk}(y, \zeta)L_i(\alpha)$, где $N_{jk}(y, \zeta)$ – базисные функции ОдКЭ, отвечающие полиному $P_d(y, \zeta)$, $j, k = 1, \dots, 4$, $L_i(\alpha)$ – полином Лагранжа 2-го порядка относительно угла раствора α . Далее по известным алгоритмам строим матрицу жесткости и вектор узловых сил ДвКЭ.

Предложенный вариант конечноэлементного метода обладает определенными преимуществами по сравнению с традиционным методом. Он более экономичен по затратам ресурсов компьютера (оперативной памяти и времени счета). Соответствующие алгоритмы численной реализации допускают эффективное распараллеливание.

2. Освоение новых гибридных высокопроизводительных аппаратных и программных архитектур на основе технологий параллелизма и векторизации; адаптация к ним разработанных вычислительных алгоритмов для решения краевых задач для уравнений Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.

Новые вычислительные технологии были применены к решению начально-краевой задачи для уравнений Навье–Стокса, моделирующей движение вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале. На входной границе задаются скорости потока, на жестких стенках поставлено условие прилипания, на выходной границе используется модифицированное граничное условие “do nothing”.

При построении дискретного аналога модели использован полулагранжев подход. На первом этапе, рассматривая член, соответствующий лагранжевой производной, как правую часть, на основе конечных элементов Тейлора–Худа построен устойчивый метод для задачи Стокса. Затем выполнена аппроксимация лагранжевой производной.

В результате на каждом шаге по времени решается следующая система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\left(\frac{1}{\tau} I + A_h \right) \mathbf{U}_h^k + B_h^T P_h^k = \mathbf{F}_h^k + \frac{1}{\tau} \hat{\mathbf{U}}_h^{k-1}, \quad (4)$$

$$B_h \mathbf{U}_h^k = 0, \quad (5)$$

где I – единичная матрица, $A_h \mathbf{U}_h^k$ – дискретизация вязких членов, $B_h \mathbf{U}_h^k$ – дискретизация дивергенции вектора скорости $\mathbf{U}_h^k$, $B_h^T P_h^k$ – дискретизация градиента давления. Вклад в вектор правой части дает аппроксимация объемных сил и граничного условия “do nothing”, а также дискретизация нелинейного оператора лагранжевой производной.

Полученная СЛАУ относится к задачам с седловой точкой с симметричной плохо обусловленной матрицей. Последнее необходимо учитывать при построении численного метода решения. Для решения СЛАУ (4), (5) предложены и реализованы две модификации алгоритма Узавы. Первая модификация (метод Узавы – метод простой итерации) основана на линейном итерационном процессе без явного использования оператора Шура, вторая модификация (метод Узавы – метод сопряженных градиентов, далее неточный метод Узавы) для вычисления оператора Шура и его образа использует нелинейный метод сопряженных градиентов. Перечислим основные положительные черты предложенных технологий решения СЛАУ:

1) на каждом итерационном шаге сначала вычисляется давление без явного использования матрицы Шура $B_h A_h^{-1} B_h^T$, а затем с использованием найденного давления вычисляется скорость, в результате скорость с хорошей точностью удовлетворяет уравнению неразрывности;

2) методы построены относительно отклонений переменных скорости и давления от искомой седловой точки конечномерной задачи, не требуют предобусловливания и прямого обращения глобальной матрицы жесткости, используют только итерационные методы. Таким образом, предложенные методы эффективно решают седловую задачу, для них доказана сходимость, получены оценки скорости сходимости.

В отчетный период проводился анализ возможности совместного использования технологий векторизации и параллелизации программного кода при реализации предложенных методов. Вычислительные эксперименты выполнялись на высокопроизводительном сервере ИВМ СО РАН, в состав которого входит сопроцессор Intel® Xeon Phi™ 5110P, имеющий 60 ядер, доступных для вычислений, каждое из которых может поддерживать до 4-х потоков и имеет векторные регистры SIMD (Single Instruction Multiple Data) размерностью 512 бит. Сопроцессор позволяет использовать технологии распараллеливания OpenMP и векторизацию вычислений.

Используемая конечноэлементная реализация не требует сборки и хранения блоков глобальной матрицы системы (большого объема данных), сборка невязки и произведения матрицы на вектор проводится поэлементно с использованием только локальных матриц жесткости, что и является наиболее вычислительноемкой операцией. Возможны по крайней мере два способа обхода триангуляции при сборке (рис. 4):

1) по элементам (традиционный способ, реализующий наиболее выгодное распределение памяти при хранении информации о триангуляции);

2) по узлам сетки (требует размещения в памяти дополнительных, в общем случае нерегулярных структур, отвечающих за хранение информации о триангуляции).

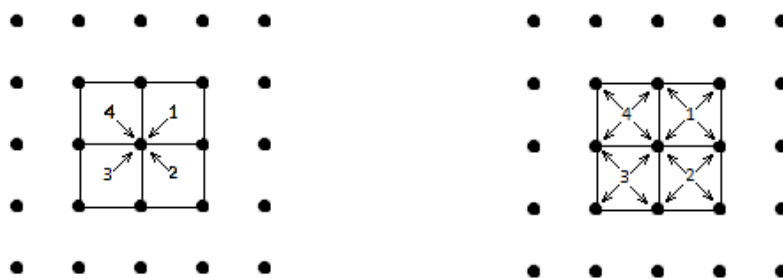


Рисунок 4 – Схема сборки невязки по узлам сетки (слева) и по элементам (справа)

Поэлементная сборка невязки наиболее выгодна при последовательной реализации программы или применении технологии программирования MPI.

Поскольку вклад в невязку в узле дают несколько элементов, то при параллельной реализации поэлементной сборки на общей памяти (например, с использованием технологии OpenMP) будут существовать узлы сетки, которые обрабатываются разными нитями, причем, возможно, одновременно. Следовательно, в этом случае необходимы дополнительные затраты на синхронизацию нитей, которая занимает до 40 % времени выполнения основного цикла. В результате эффективность распараллеливания при поэлементной сборке очень низкая, около 25 % при использовании до 60 нитей (одна OpenMP-нить на вычислительное ядро сопроцессора). При поузловой сборке невязки дополнительной синхронизации нитей не требуется, что дает явные преимущества этого подхода. Наши эксперименты показали, что эффективность распараллеливания составляет около 80 % при использовании до 60 нитей (одна OpenMP-нить на вычислительное ядро сопроцессора). Графики ускорений, соответствующие сборке невязки обоими способами, для модельной задачи на сетке 128×128 точек (81920 неизвестных) приведены на рис. 5. Ускорение S_p вычислялось по формуле $S_p = T_1/T_2$, где T_1 – время выполнения последовательной программы на сопроцессоре, T_p – время выполнения OpenMP-программы в p нитей на сопроцессоре. Из анализа графиков видно, что в случае сборки невязки по узлам ускорение почти линейно растет вплоть до использования 60 нитей, т.е. по одной нити на вычислительное ядро. В дальнейшем рост ускорения замедляется, что связано с большой вычислительной емкостью алгоритма и особенностями архитектуры сопроцессора Intel® Xeon Phi™.

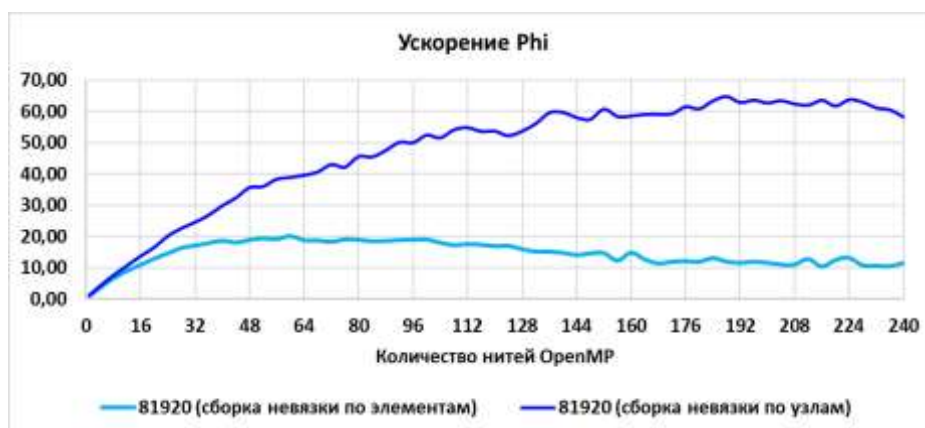


Рисунок 5 – Ускорения параллельной версии решения СЛАУ относительно последовательной реализации для разных способов сборки невязки

Отметим, что из-за особенностей обращения в память при сборке невязки любым способом векторизация кода неэффективна. Для успешного использования векторизации было принято решение отказаться от сборки невязки из локальных матриц жесткости и перейти к хранению глобальной матрицы жесткости. Был реализован и оттестирован предложенный неточный метод Узавы с использованием глобальной матрицы жесткости. Для распараллеливания внешних циклов использовалась технология OpenMP. Внутренние циклы векторизовались с помощью директив оптимизирующего компилятора Си/Си++ от компании Intel. Вычисления проводились с двойной точностью. Графики ускорений и эффективности решения СЛАУ (4), (5) неточным методом Узавы для модельной задачи на сетке 32×32 точек (5120 неизвестных) для параллельного (no-vec) и векторно-параллельного (vec) кода приведены на рис. 6 и 7, соответственно.

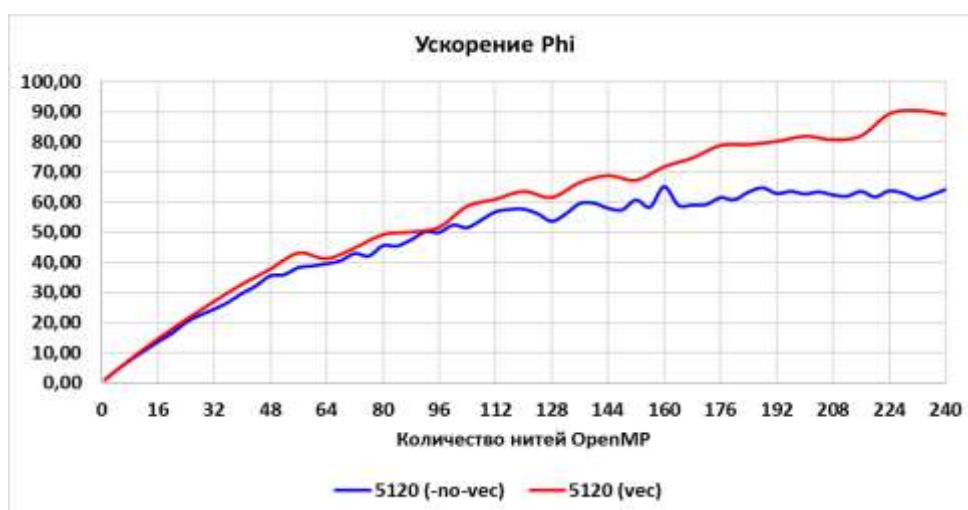


Рисунок 6 – Ускорения параллельной версии решения СЛАУ относительно последовательной реализации для параллельного (no-vec) и векторно-параллельного (vec) кода



Рисунок 7 – Эффективность параллельной версии решения СЛАУ относительно последовательной реализации для параллельного (no-vec) и векторно-параллельного (vec) кода

Из графиков видно, что векторизация надежно повышает ускорение параллельной программы. При вычислении эффективности $E_p = S_p/P$, где P – количество задействованных ядер сопроцессора, учитывался тот факт, что сопроцессор имеет всего 60 ядер, поэтому для $p \geq 60$ знаменатель в формуле для E_p всегда равнялся 60. Из рис. 6 и 7 видно, что даже при хорошей вычислительной емкости алгоритма увеличение количества потоков вплоть до 4 на вычислительное ядро сопроцессора дает рост ускорения (до 90 при использовании векторизации) и хорошую эффективность.

Отметим, что размерность глобальной матрицы жесткости велика, например, для сетки 128×128 точек МКЭ Тейлора–Худа дает 81920 неизвестных и, соответственно, размерность глобальной матрицы жесткости системы (4), (5) равна 4563402752 элемента в одном направлении. Следовательно, для реальных расчетов использование глобальной матрицы жесткости оправдано только в случае реализации форматов хранения для разреженных матриц, например, формата CSR (compressed sparse row). Однако для реализации векторизации необходима специальная адаптация формата хранения и операций с разреженной матрицей к векторному сопроцессору. В рамках проекта начата работа над решением этой задачи.

3. Разработка численных методов первого и второго порядка точности для решения гибридных задач, формулируемых в терминах неразрешенных относительно производных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

За отчетный год в ходе выполнения проекта были изучены свойства численных методов первого и второго порядка точности для решения гибридных задач. Методы решения гибридных задач включали методы обратного анализа ошибок вычислений, численные методы, использующие дефект (невязку) решений при вычислении верхних и нижних границ решений, методы вычисления гарантированных границ множеств достижимости для нелинейных управляемых систем.

При моделировании динамических процессов в химической кинетике, механике, биологии и других приложениях возникает задача Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) как разрешенных,

$$x' = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0, \quad t_0 \leq t \leq t_k, \quad (6)$$

так и неразрешенных относительно производной:

$$F(x, x', t) = 0, \quad x(t_0) = x_0, \quad t_0 \leq t \leq t_k. \quad (7)$$

Здесь x , f и F – вещественные N -мерные вектор-функции, t – независимая переменная. Современные численные методы обычно требуют явное задание системы ОДУ.

Приведение задачи (7) к виду (6) обычно вызывает дополнительные затраты на шаге интегрирования в связи с декомпозицией матрицы $F_y = \partial F(x, y, t) / \partial y$. При этом F_y зачастую является вырожденной. Разрешенная задача (6), как правило, является жесткой.

Наиболее известные алгоритмы решения задачи (7) основаны или на неявных многошаговых численных формулах, или на неявных одношаговых схемах типа Рунге–Кутты. На предыдущих этапах выполнения проекта были построены новые безытерационные (m, k) -схемы для решения задачи (7). С точки зрения структуры эти схемы могут быть отнесены к классу методов типа Розенброка.

Многие практические задачи описываются так называемыми гибридными системами. Такие задачи учитывают режимы, которые сменяют друг друга в некоторых точках. Эти точки задаются событийной функцией $g(x)$, зависящей от искомого решения $x(t)$. В такой ситуации многошаговые методы могут быть неэффективными, потому что

при каждом переключении режима информация о приближенном решении в предыдущих точках теряется.

Методы типа Розенброка в последнее время широко применяются для решения жестких задач. Это связано с простотой в реализации и довольно хорошими свойствами точности и устойчивости. Естественно разрешить задачу (7) и одновременно обеспечить L -устойчивость численной схемы для того, чтобы повысить эффективность расчетов. Поэтому была поставлена задача разработать численные методы для решения гибридных задач, формулируемых в терминах неразрешенных относительно производных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В отчетный период были разработаны L -устойчивые методы первого, второго и третьего порядков точности. На основе этих методов сформулированы алгоритмы интегрирования переменного шага. Эти алгоритмы позволяют решать задачу Коши как для явных, так и для неявных систем ОДУ. Основное отличие двухстадийного L -устойчивого метода второго порядка для решения неявных задач от классических методов Розенброка заключается в том, что он вычисляет не только искомое решение задачи, но и его производную. Для контроля точности вычислений используется вложенный метод первого порядка. Поскольку при решении систем, включающих большое число уравнений, методами типа Розенброка основные вычислительные затраты приходятся на вычисление матрицы Якоби и на ее LU -декомпозицию, то повышения эффективности алгоритмов на основе таких методов можно добиться за счет «замораживания» матрицы Якоби (т.е. использования одной матрицы на нескольких шагах интегрирования).

Был разработан $(5, 3)$ -метод решения неявных задач, который позволяет «замораживать» матрицу Якоби. Для контроля точности вычислений используется вложенный $(5, 3)$ -метод второго порядка, построенный на тех же стадиях, что и метод третьего порядка.

Параметры (m, k) -схем второго и третьего порядка были получены методом неопределенных коэффициентов путем разложения в ряды Тейлора точного и приближенного решений задачи Коши. Эти разложения строились с использованием методологии графического представления элементарных дифференциалов. Кроме того, была использована общеизвестная техника ε -вложения, позволяющая свести решение неявной системы ОДУ к решению системы дифференциально-алгебраических уравнений.

Новые алгоритмы интегрирования тестировались на серии общеизвестных тестовых примеров. Как показывают результаты тестирования, надежные безытерационные алгоритмы интегрирования неявных систем ОДУ могут быть построены на основе (m, k) -методов. Наибольшая эффективность алгоритма переменного шага,

основанного на двухстадийном методе типа Розенброка, достигается при относительно невысокой требуемой точности $Tol \leq 10^{-2}$. Это связано с низким порядком используемой в алгоритме численной формулы. Результаты расчетов на основе алгоритма третьего порядка показывают, что при задании точности расчетов $Tol \leq 10^{-3}$ на практике достигается более высокая точность, по крайней мере, на полпорядка относительно временного шага. При $Tol = 10^{-4}, 10^{-5}$ достигаемая точность примерно равна требуемой. Использование одной и той же матрицы Якоби на нескольких шагах интегрирования уменьшает число вычислений в методе LU -декомпозиции на некоторых тестовых задачах более чем в 2.5 раза на всем интервале интегрирования (при этом требуемая точность также достигается).

При исследовании задач практической устойчивости (на конечном интервале времени), при определении живучести и безопасности технических систем и силовых конструкций применялись методы вычисления гарантированных границ множеств достижимости для нелинейных управляемых систем. Новизна подхода заключается в постановках задач сравнительного анализа аналитических и численных результатов в совокупности с разработанным методом оценки вычислительных ошибок. Подход позволяет повысить обоснованность и достоверность результатов расчета в соответствии с применяемыми расчетными схемами, что способствует повышению надежности и безопасности технических объектов и систем. В итоге получены оценки погрешности численного решения гибридных задач и установлены факторы их снижения. По результатам аналитического и численного решений гибридных задач получены рациональные оценки интервала, содержащего точное значение. Такая постановка применима в случае, если нет оснований одно из решений (численное или аналитическое) полагать более адекватным, каждое из них имеет погрешность неопределенной величины.

Реализован практический (численный) подход к многоуровневой оптимизации конструкций, характеризующийся решением многопараметрических слабо-формализуемых задач на различных уровнях иерархии с дополнительными требованиями высокой точности контроля параметров и применяющийся для широкого класса технических объектов. Подход заключается в декомпозиции конструкции и определении иерархических уровней, многокритериальной оптимизации и получении на каждом уровне Парето-оптимальных технических решений.

При оптимизации конструкций, прецизионные параметры которых определяются с помощью численного (конечно-элементного) моделирования, использовались разработанные и апробированные методы и алгоритмы обратного анализа

вычислительных ошибок, позволяющие обеспечить достоверные оценки прецизионных параметров. Развиваемый подход применен к задаче поиска оптимального конструктивного варианта крупногабаритного прецизионного рефлектора параболической зеркальной антенны наземных систем спутниковой связи (рис. 8). Параметрами, к которым предъявляются высокие требования по точности определения, являются максимальные значения абсолютных деформаций и среднеквадратического отклонения отражающей поверхности зеркала от идеального параболоида.

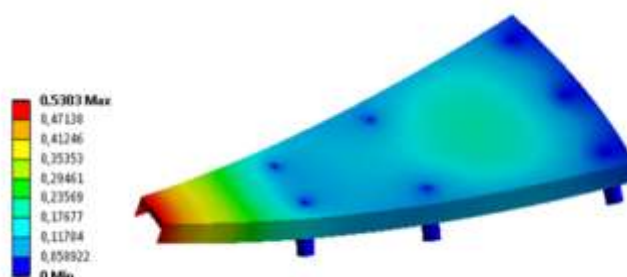


Рисунок 8 – Крупногабаритный прецизионный рефлектор параболической зеркальной антенны наземных систем спутниковой связи

При решении прикладных задач исследования силовых конструкций показано, что более важными являются не столько асимптотические свойства, сколько степень близости к точному приближенного решения, полученного на конкретной сетке с конечной величиной шага. Методы обратного анализа ошибок позволяют оценить степень близости, что подтверждают расчеты, выполненные для практических задач. Для управляемых систем, имеющих области пространственно-временной близости, численно оценивалось минимальное расстояние в четырехмерном пространстве, исключающее столкновение, а также определялись гарантированные границы этих численных оценок.

4. Численное моделирование данных геомониторинга катастрофических геодинамических природных процессов с учетом влияния прилива в геосреде.

Идея исследования заключается в том, чтобы привлечь дополнительные инструментальные данные наблюдений и результаты расчетов для уточнения основных параметров ожидаемого сильного землетрясения путем анализа взаимосвязанных данных, получаемых от космического аппарата GRACE. Исследования изменчивости параметра EWH (Equivalent Water Height) выполнялись в сейсмоактивных регионах сильнейших подводных землетрясений Мирового океана в период времени наблюдения 2004–2015 гг., что соответствует времени работы на орбите этой системы спутников. Создан архив спутниковых данных GRACE и разработано соответствующее алгоритмическое и программное обеспечение для геометрического анализа пространственных данных наблюдений, включающее вейвлет- и шиарлет-преобразование изображений на космоснимках. Выполнено сопоставление и дана интерпретация карт-схем областей подготовки катастрофических землетрясений, построенных по пространственному распределению форшоков, в соответствии с моделью «прогностический клин», и карт-схем аномалий параметра EWH, отображающих «возмущенное состояние геосреды» для очаговых областей изучаемых катастрофических землетрясений, построенных по цифровым картам пространственного распределения указанного параметра. В итоге сравнительного анализа показано и обосновано их хорошее соответствие, что позволяет считать параметр EWH основой для расчета геодинамических рисков возникновения разрушительных землетрясений и оценки геоэкологической опасности для прибрежных сейсмоактивных территорий. Спутниковые измерения GRACE высоты водной поверхности по отношению к контуру геоида позволяют определять отклонение свободной поверхности моря от его среднего уровня по спутниковой трассе. Под геоидом понимается эквипотенциальная поверхность поля силы тяжести, которая соответствует среднему уровню моря в состоянии покоя. Ежемесячные данные, полученные с сайта NASA: ftp://podaac.jpl.nasa.gov/allData/tellus/L3/ocean_mass_eofr/RL05/ascii/ содержат данные об отклонении поверхности Мирового океана от геоида в единицах измерения эквивалентного уровня воды EWH.

В научных исследованиях, как правило, параметр EWH используется для анализа динамической топографии океанов и уточнения параметров внешнего гравитационного поля Земли [Wouters B., Bonin J.A., Chambers D.P., Riva R.E.M., Sasgen I., Wahr J. GRACE, time-varying gravity, Earth system dynamics and climate change // Review Article Rep. Prog. Phys., 2014. V. 77. 41 p.]. Рассчитывается EWH на основе гармонических коэффициентов

моделей геопотенциала за вычетом коэффициентов средней модели (EIGEN-6C). Это глобальная модель, исходными данными которой являются наземные гравиметрические измерения, лазерные траекторные наблюдения спутников LAGEOS (1985–2010 гг.), а также спутниковая информация КС GOCE и GRACE. Эквивалентный уровень воды (параметр EWH) находится из отношения поверхностной плотности $\Delta\sigma$ к плотности воды ρ_w : $EWH = \Delta\sigma/\rho_w$.

В 2018 г. были изучены особенности вариаций параметра эквивалентного уровня воды EWH над контуром геоида по спутниковым измерениям КА GRACE. Исследования проводились применительно к сейсмоактивным районам сильнейших цунамигенных землетрясений в морских акваториях Мирового океана за период времени наблюдения с 2004 г. по 2015 г. Цель работы заключалась в выявлении связи напряженно-деформированного состояния геосреды и процессов подготовки ожидаемого сильнейшего сейсмического события. Построения выполнялись на основе данных вариаций параметра EWH и в соответствии с пространственно-временным распределением соответствующих форшоков исследуемого катастрофического землетрясения на основе модели «прогностический клин». В качестве объектов исследования выбраны сильнейшие подводные землетрясения с магнитудами: $M = 9.1$ 26 декабря 2004 г., около о. Суматра; $M = 8.1 - 8.3$ 15 ноября 2006 г. и 13 января 2007 г., в районе о. Симушир; $M = 8.8$ 27 января 2010 г., вблизи побережья Чили, а также повторные землетрясения в этом регионе в 2014 г. и 2015 г.; $M = 9.1$ 11 марта 2011 г., около восточного побережья о. Хонсю и $M = 8.3$ 24 мая 2013 г., недалеко от п-ова Камчатка в Охотском море. На основе спутниковых данных GRACE построены цифровые карты-схемы и трехмерные изображения пространственно-временного распределения параметра EWH с периодом в 30 суток.

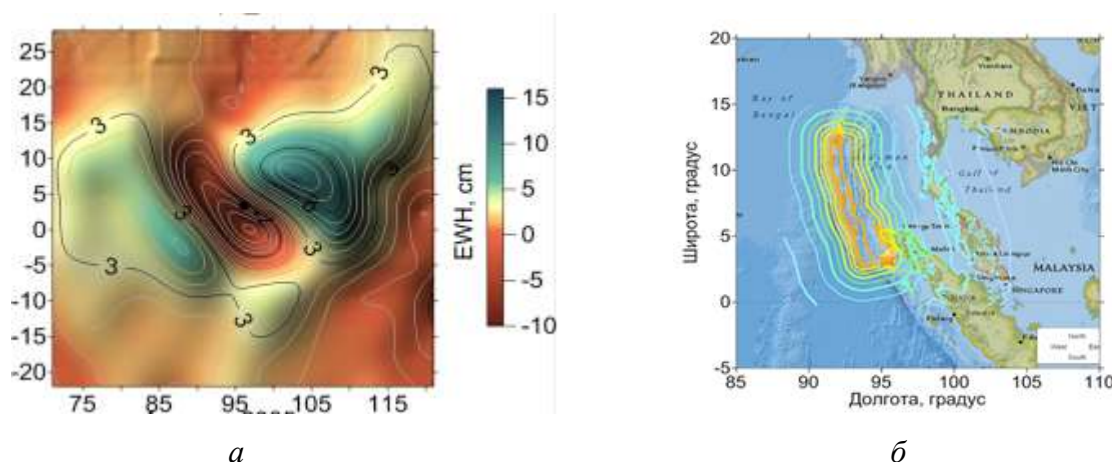


Рисунок 9 – Цифровая карта-схема в изолиниях параметра EWH за декабрь 2004 г. (а) и карта-схема изосейст катастрофического землетрясения 2004 г. (б)

Пример построенной карты-схемы в изолиниях за декабрь 2004 г. для области Суматрского землетрясения представлен на рис. 9а. На рис. 9б показана карта-схема изосейст катастрофического землетрясения 2004 г. в районе о. Суматра. Представленные изображения на рис. 9а, полученные с помощью методов спутниковой альтиметрии, отображают особенности строения подстилающей геосреды в период катастрофического землетрясения.

Также детально изучалась очаговая область сильного землетрясения, произошедшего у побережья Чили 27 февраля 2010 г. По данным сейсмологической службы землетрясение имело магнитуду $M = 8.8$ с координатами гипоцентра 35.91°S , 72.73°W и глубиной 35 км. Отметим, что регион исследования характеризуется частыми сильными подводными землетрясениями. На рис. 10а показана цифровая карта-схема в изолиниях пространственного распределения параметра EWN для сейсмоактивного района Чили за февраль 2010 г. в период подготовки и возникновения ожидаемого сильнейшего землетрясения по спутниковым данным GRACE. Выявлено, что гипоцентр землетрясения (точка на рис. 10а) расположен вблизи оси аномалии, которая ориентирована субмеридионально, на максимальных градиентах параметра EWN. Интерпретация направленности выявленной аномалии связана с геометрией зоны субдукции литосферных плит.

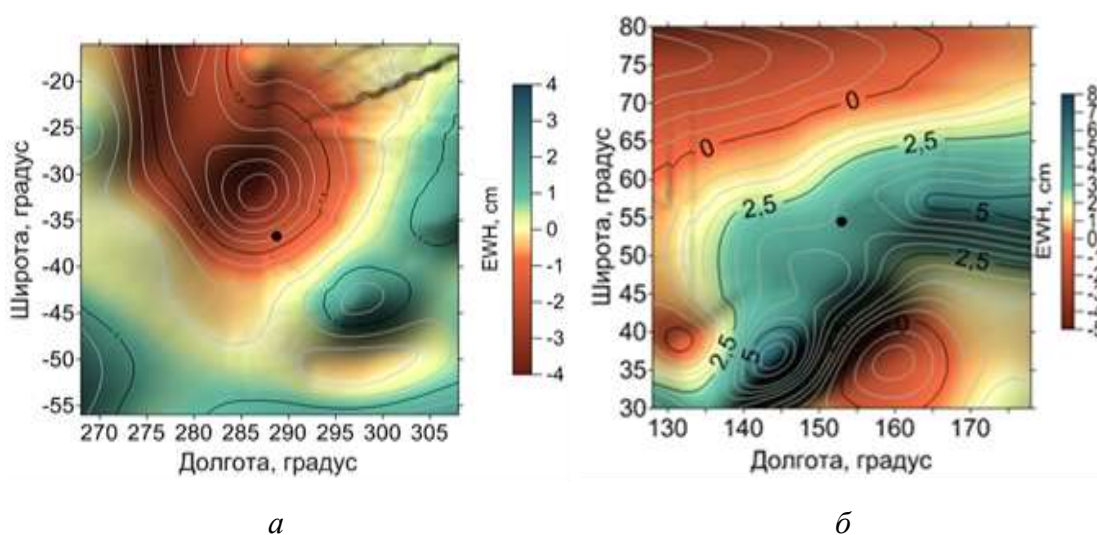


Рисунок 10 – Цифровая карта-схема в изолиниях параметра EWN для очаговой области Чилийского землетрясения, февраль 2010 г. (а) и Охотского землетрясения, май 2013 г. (б)

При глубинном землетрясении в акватории Охотского моря (май 2013 г.) в районе очаговой зоны также наблюдалась область повышенных значений параметра EWN (рис. 10б). Гипоцентр землетрясения располагался на глубине 602 км. На цифровой карте-

схеме показано, что аномальная область с повышенными значениями параметра EWN ориентирована в направлении ЮЗ-СВ. Показано также, что гипоцентр землетрясения расположен вблизи оси аномалии на максимальных градиентах параметра EWN. Важно отметить, что в отличие от субдукционных землетрясений, которые имеют выраженную линейную геоструктуру, глубинное событие характеризуется локализованной очаговой областью. В итоге проведенных исследований сформирован архив спутниковых измерений GRACE, содержащий информацию о данных параметра EWN. Этот параметр в период подготовки и релаксации сильнейших землетрясений изменяется над контуром геоида.

Выполнен анализ данных GRACE для ряда областей очаговых зон известных подводных землетрясений (2004–2015 гг.). Построены цифровые карты-схемы изменения EWN над геоидом в очаговых зонах изучаемых сильнейших землетрясений и выполнен их сравнительный анализ с картами-схемами пространственного распределения форшоков и афтершоков изучаемых катастрофических землетрясений.

В отчетном году были продолжены исследования веерного механизма, имитирующего движение трещин сдвига в Земной коре на больших глубинах в зонах сейсмической активности со скоростями, превышающими скорость поперечных волн в горной породе. Этот механизм, предложенный профессором Тарасовым из Университета Западной Австралии, расширяет сложившиеся представления о зарождении и развитии мощных сейсмических событий. Вопреки известной гипотезе о распространении землетрясений вдоль существующих тектонических разломов считается, что их распространение может быть связано с движущимися волнами разрушения (трещинами сдвига) с образованием новых тектонических разломов в цельной горной породе. Причем скорость волн может достигать очень высоких значений.

Исследования проводились с помощью прямого численного моделирования на суперкомпьютерах кластерной архитектуры. К анализу процесса страгивания веера между двумя протяженными упругими блоками была применена параллельная вычислительная технология для расчета волновых движений блочной среды с податливыми прослойками на основе неявных разностных схем, разработанная в 2017 г. в рамках завершеного проекта «Разработка высокопроизводительных технологий для анализа деформационных процессов в структурно неоднородных средах в приложении к задачам геомеханики и геодинамики» Комплексной программы Сибирского отделения РАН № II.2П «Интеграция и развитие». Отладка задач и расчеты велись на суперкомпьютерах типа МВС Института вычислительного моделирования СО РАН (г. Красноярск) и Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН (г. Москва).

Анализ построенного ранее статического решения показывает, что сформировавшаяся под действием природных или техногенных процессов веерная структура с высотой домино-пластин около 0.1 м существенно меняет гидростатическое напряженное состояние в окружающей горной породе на расстояние порядка длины веера, составляющее десятки метров, в направлении трещины сдвига и на расстояние 5 – 10 м в нормальном направлении. Таким образом, при прямом численном моделировании протекающих динамических процессов размеры каждого из двух взаимодействующих блоков должны быть как минимум 5 м × 50 м, а шаг квадратной разностной сетки – примерно 0.01 м, что на порядок меньше высоты пластин. В итоге получается вычислительно сложная задача, требующая ресурсов оперативной памяти и времени счета, характерного для суперкомпьютера средней производительности кластерной или гибридной архитектуры. При решении этой задачи применялась технология распараллеливания вычислений на основе декомпозиции области. Блоки, взаимодействующие между собой через веер, были разделены по числу используемых вычислительных узлов кластера на дополнительные блоки, которые рассчитывались отдельными узлами с необходимыми обменами данных по границам раздела. Использовался авторский программный код.

При моделировании динамики веерной системы одна из горизонтальных прослоек в блочном массиве представляет собой геологический разлом – протяженную прямолинейную зону малой толщины с веерной структурой. Отдельный фрагмент такой структуры, в соответствии с моделью Тарасова, условно можно рассматривать как абсолютно жесткую пластину высотой a единичного поперечного сечения, положение которой относительно плоскости разлома в начальный момент времени задается углом φ_0 . Формирование и дальнейшее продвижение веера сопровождается вращательным движением пластины с изменением угла от φ_0 до $\varphi_1 = \pi - \varphi_0$. Расчеты проводились с переменным шагом разностной схемы по времени. В начале параметр шага превышал характерное значение Куранта–Фридрихса–Леви $\Delta t = \Delta x / c_1$ (предельное для явных разностных схем) в 30 раз. Со временем шаг уменьшался, во избежание появления нефизичных эффектов счета в структуре веера, практически, до этого характерного значения.

Средняя скорость веерной системы в фиксированный момент времени в расчетах оценивалась по формуле

$$V = \frac{1}{\varphi_1 - \varphi_0} \int_0^l \dot{\varphi}(x_2) dx_2$$

(точка над символом означает производную по времени), которая вытекает из уравнения бегущей волны $\varphi = \varphi(x_2 - Vt)$.

Расчеты показали, что скорость веера слабо зависит от времени, в течение которого нарастает дополнительное касательное напряжение в блоках горной породы (так моделируется внешнее геодинамическое воздействие на блоки). Максимальная скорость 2770 м/с при $t_0 = 0.1$ с и максимальная скорость 2890 м/с при $t_0 = 0.05$ с, обе несколько ниже скорости поперечных упругих волн. Для трех значений времени нагружения $t_0 = 0.05, 0.075$ и 0.1 с зависимость скорости веера от времени представлена графиками на рис. 11а. На рис. 11б подобная зависимость показана для трех значений дополнительного касательного напряжения $\tau = 100, 150$ и 200 МПа. Анализ показал, что скорость веера существенно зависит от касательного напряжения, и при $\tau = 200$ МПа превышает скорость поперечных волн.

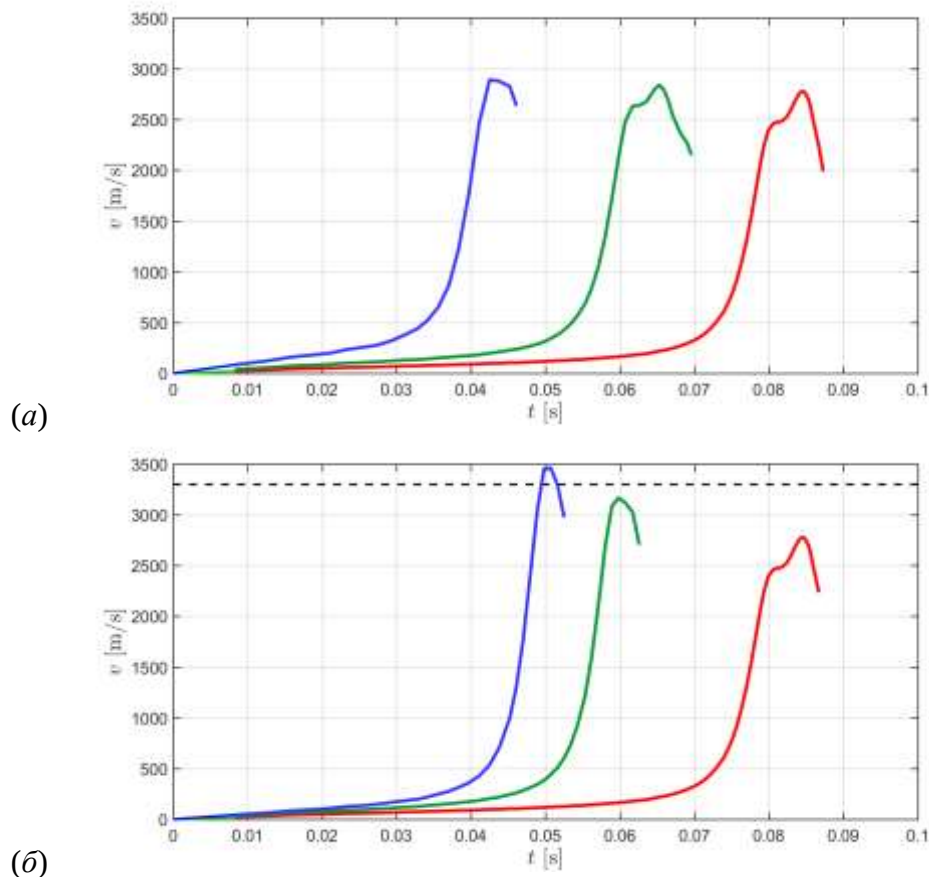


Рисунок 11 – Зависимость скорости веера от времени нагружения (а) и от дополнительного касательного напряжения (б)

Линии уровня касательного напряжения в блоках вокруг движущегося веера в последовательные моменты времени изображены на рис. 12.

Как оказалось, для анализа движения веерной системы на большие расстояния порядка километра под действием статической системы касательных напряжений необходимо перейти к стационарной модели бегущего веера. Использование полной динамической модели для расчета задачи на время порядка часов или даже минут потребовало бы экстремально больших вычислительных ресурсов, которыми обладают в настоящее время только самые крупные в мире суперкомпьютерные центры.

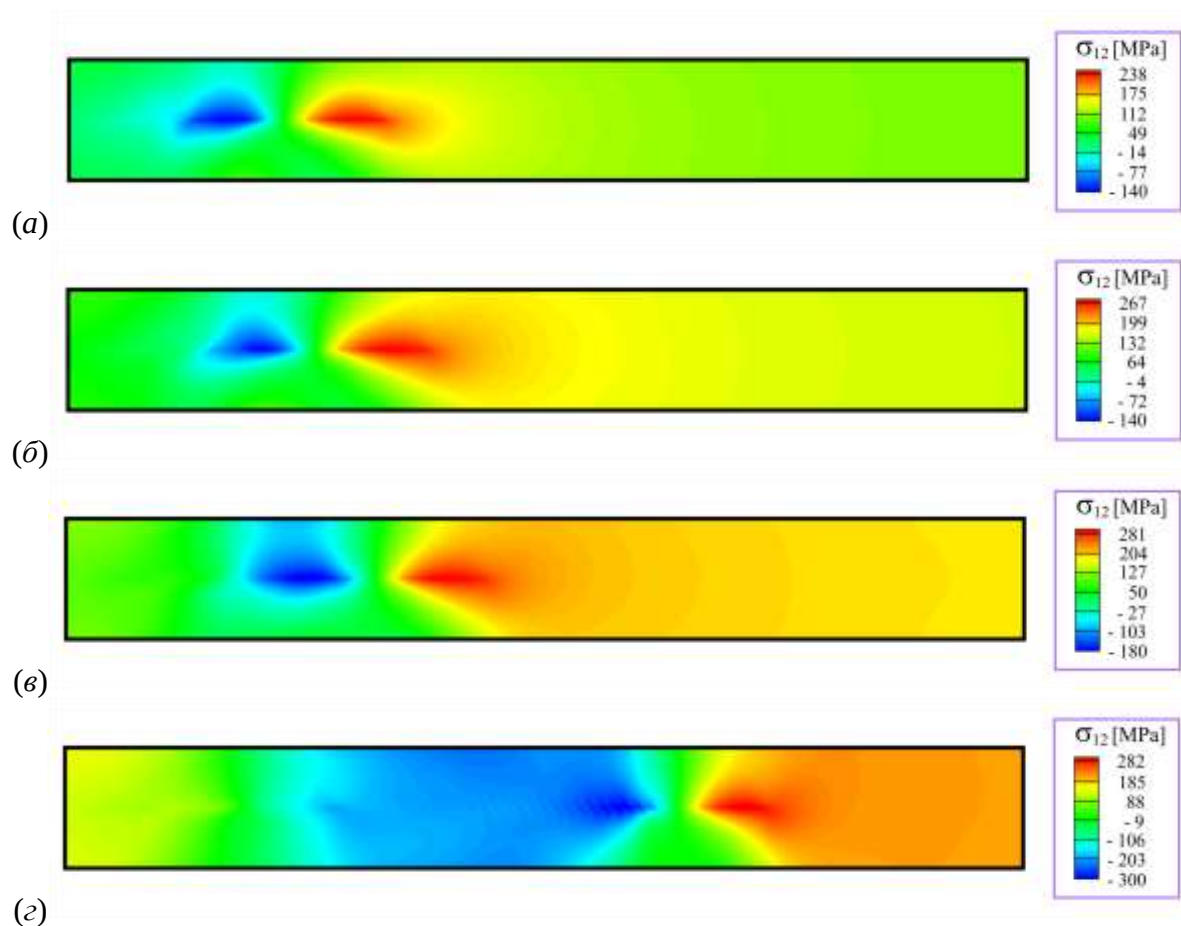


Рисунок 12 – Линии уровня касательного напряжения в процессе движения веера

5. Развитие дискретно-непрерывной модели движения людей: анализ устойчивости модели к входным данным по начальной скорости людей, создание подмодели динамической адаптации параметров модели как функций от времени и пространства.

На движение человека (его траекторию и скорость) влияют множество факторов, как физических, так и психических, социальных. Известна устойчивая зависимость скорости человека от локальной плотности в направлении движения. На сегодняшний день существует несколько как аналитических выражений для вычисления скорости в зависимости от плотности, так и табличных данных. Для получения таких данных натурные наблюдения проводят в схожих условиях и чаще всего на прямых участках пути. Зависимость скорости людского потока от его плотности и эквивалентная ей зависимость потока от плотности называется фундаментальной диаграммой (ФД). Соотнесение модельных фундаментальных диаграмм с экспериментальными данными является первичным способом валидации моделей движения людей.

При моделировании движения людей принимается, что скорость свободного движения человека является максимальной и может только уменьшаться с увеличением плотности. В развиваемой дискретно-непрерывной модели движения людей рассматривается перемещение каждого отдельного человека. При этом учитываются другие люди и препятствия. На каждом расчетном шаге определяется положение каждого человека на основе дискретизированного выражения для скорости как производной пути по времени. Такой подход имеет значительные преимущества перед аналогами, предполагающими численное решение системы N дифференциальных уравнений в R^2 , поскольку является менее требовательным к вычислительным ресурсам. Скорость в это выражение входит в скалярном виде и определяется на основе известных фундаментальных диаграмм по значению оценки локальной плотности. То есть зависимость скорости от плотности является входным параметром модели. Чувствительность модели к различным фундаментальным диаграммам была предметом исследования.

Были рассмотрены следующие зависимости скорости от локальной плотности:

$$v^{Khs}(\rho) = \begin{cases} v^0(1 - a_l \ln \frac{\rho}{\rho^0}), & \rho > \rho^0; \\ v^0, & \rho \leq \rho^0, \end{cases}$$

[Холщевников В.В., Самошин Д.А. Эвакуация и поведение людей при пожарах: учебное пособие / М: Академия ГПС МЧС России, 2009. 212 с.]

$$v^{WM}(\rho) = \begin{cases} v^0, & \rho = 0; \\ v^0 (1 - \exp(-1.913(1/\rho - 1/\rho_{\max}))), & \rho < \rho_{\max}; \\ 0, & \rho \geq \rho_{\max}. \end{cases}$$

[Weidmann U. Transporttechnik der Fussguanger. Transporttechnische Eigenschaften des Fussguangerverkehrs (Literaturauswertung). Zuurich: IVT, Institut fuur Verkehrsplanung, Transporttechnik, Strassen-und Eisenbahnbau, 1992. 110 p.]

$$v^{SFPE}(\rho) = \begin{cases} v^0 (1 - 1/\rho_{\max}), & 0 \leq \rho < \rho_{\max}; \\ 0, & \rho \geq \rho_{\max}. \end{cases}$$

[Emergency Movement. The SFPE Handbook of Fire Protection Engineering. National Fire Protection Association, 2002. P. 3-380.]

Чтобы провести сравнительный анализ модельных и экспериментальных данных, необходимо было симитировать соответствующие условия. При проведении вычислительного эксперимента схожие с реальными условия реализовывались через поддержание постоянной равномерной плотности в области моделирования на прямом участке. В качестве количественной оценки динамики модели использовали оценку удельного потока, которая вычисляется как отношение заданного числа ($N = 1000$) прошедших людей через сечение ко времени и ширине сечения. Удельный поток измерялся в единицах [чел./с/м]. Эксперименты были проведены для различных плотностей. В силу того, что исследуемая модель является стохастической, для получения модельной оценки потока при каждой заданной плотности проводилось до 100 вычислительных экспериментов, результаты подвергались статистическому анализу, так, например, исследовалась дисперсия полученных результатов для каждой рабочей плотности. На рис. 13 видно тяготение к нормальному распределению гистограмм частот для рассмотренных плотностей и малую дисперсию. Тем самым сделан вывод о статистической устойчивости результатов моделирования с помощью стохастической модели. Для дальнейшего исследования были взяты арифметические средние по каждой группе вычислительных экспериментов.

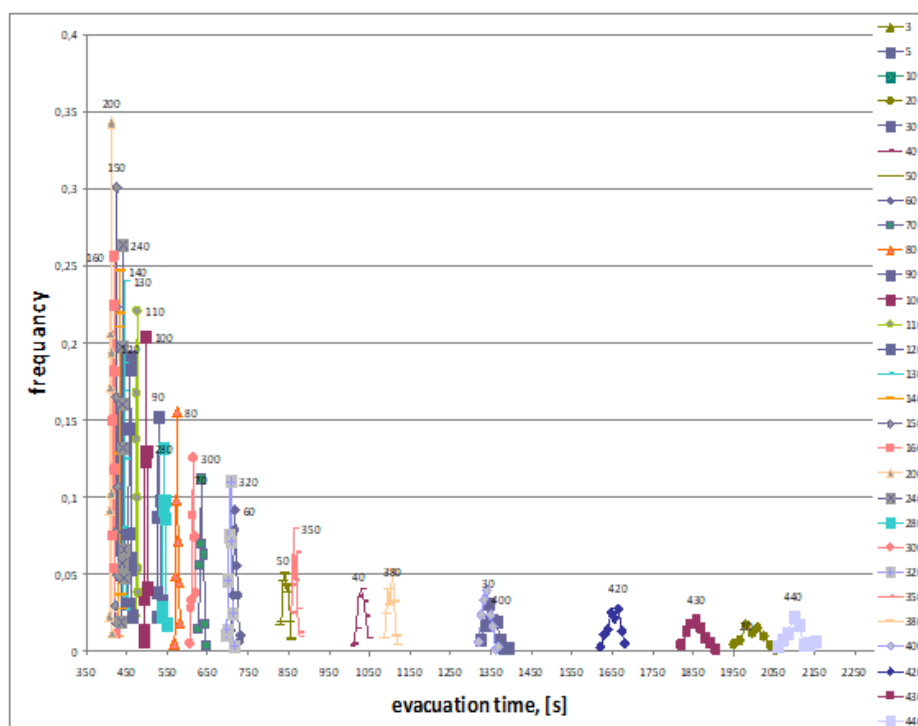


Рисунок 13 – Полигоны частот времени прохождения N человек через контрольное сечение для каждой заданной плотности людей в вычислительном эксперименте

На рис. 14 – 16 показаны модельные кривые, полученные в ходе проведения вычислительных экспериментов, и кривые, отражающие натурные данные в соответствии с приведенными выше формулами.

В условиях постановки, когда каждый человек рассматривается как несжимаемый плоский диск, естественным ограничением выступает значение максимальной плотности, при которой возможно движение. При рассмотренной площади проекции 0.125 м^2 максимальное значение рабочей плотности 6 чел./м^2 . В двух последних случаях, когда натурные данные были получены при схожих максимальных плотностях, кривые очень близки. В случае рис. 14, по всей видимости, надо пересматривать утверждение о несжимаемости и неизменности площади проекции. При этих изменениях возможно подтягивание модельных данных к натурным при средних и высоких плотностях.

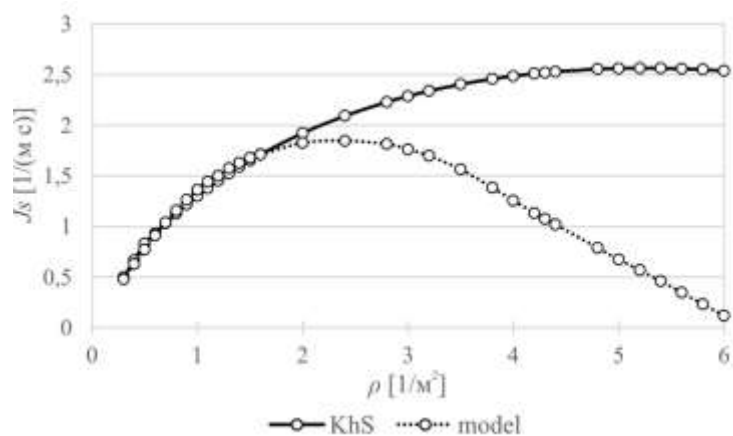


Рисунок 14 – Модельная кривая удельного потока и данные Холщевникова и Самошина

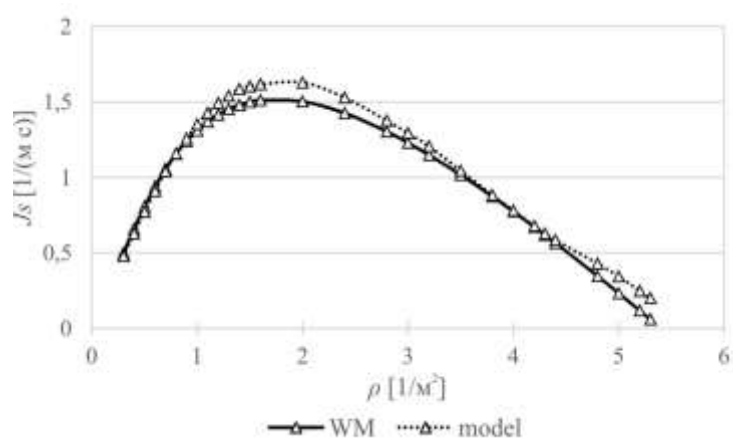


Рисунок 15 – Модельная кривая удельного потока и данные Weidmann

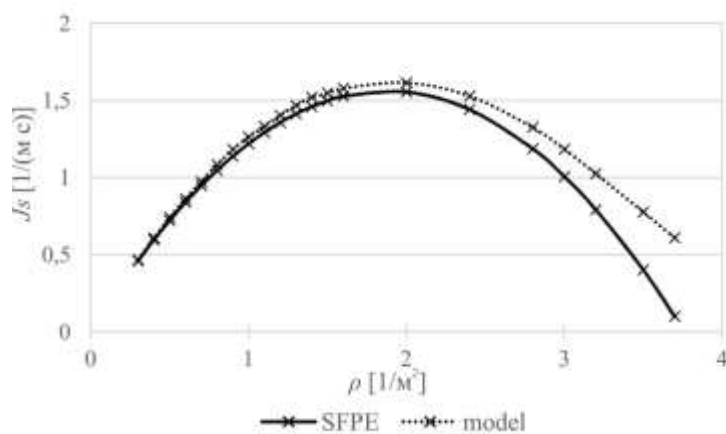


Рисунок 16 – Модельная кривая удельного потока и данные SFPE

При решении задачи динамического настраивания параметров модели как функции пространства и времени необходимо было разработать модельные примеры для изучения явления и понимания потребности в адаптации. Были проведены исследования на

модельных примерах, где были поняты области возможных значений параметров и их взаимосвязь. Так, на рис. 17 показано, что с изменением параметров, отвечающих за учет препятствий k_W и других людей k_P , качественно и количественно меняется результат моделирования. Время эвакуации для представленных пар параметров – 233 с, 170 с, 216 с, соответственно. И если этот количественный показатель брать за критерий качества моделирования, то видно, что существуют пределы допустимых значений параметров. Отметим, что в данном случае первая и третья пары дают примерно одинаковый результат, хотя в первом случае реализуется только стратегия кратчайшего расстояния, в случае третьей пары параметров – комбинированная стратегия (благоприятная для данной геометрии), но параметр k_W имеет настолько большое влияние, что направленность движения снижается. Максимальная разница между полученными значениями не превышает половины минимального значения.

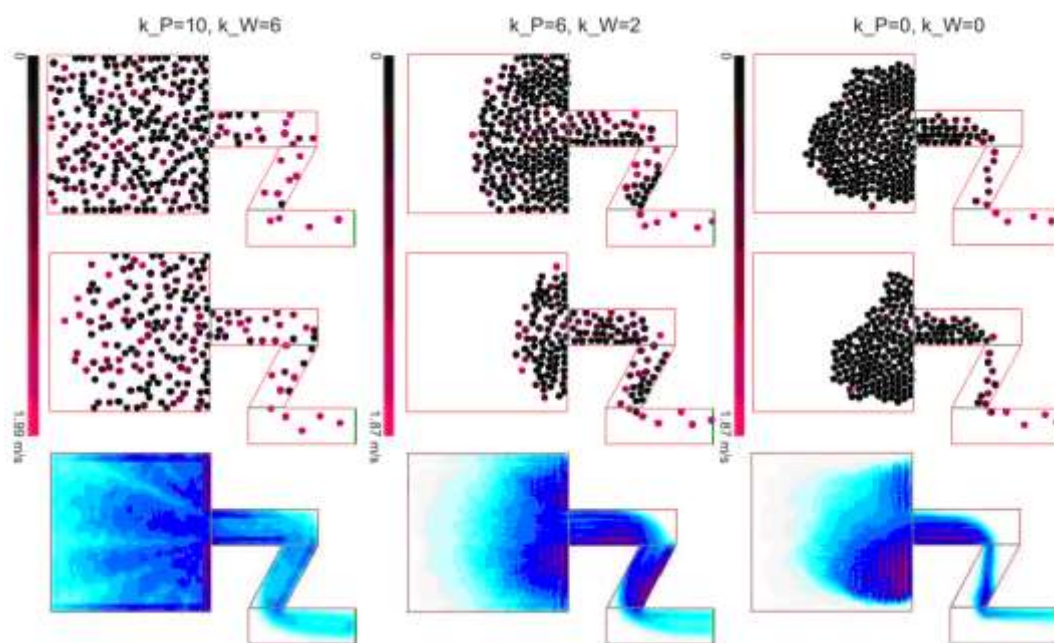


Рисунок 17 – Состояние эвакуации в разные моменты времени и интенсивность движения при ширине сужения 2 м

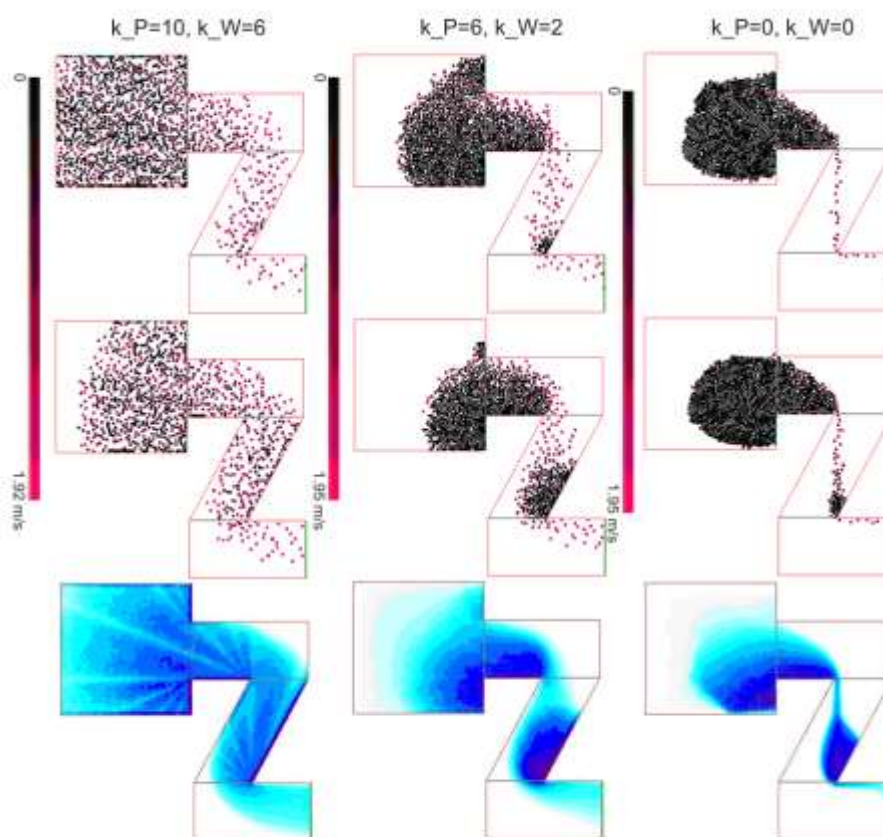


Рисунок 18 – Состояние эвакуации в разные моменты времени и интенсивность движения при ширине сужения 8 м

Тем самым было выявлено, что при настройке параметров модели в учет должна браться еще одна составляющая – локальный масштаб расчетной области. Как показано на рис. 18 при тех же парах параметров и той же форме расчетной области, но других геометрических размерах расчетной области динамика процесса меняется. По критерию минимального времени эвакуации наилучшей является последняя пара – 825 с, 303 с, 285 с. Максимальная разница между полученными значениями является почти троекратной.

Характер поля интенсивности в обоих случаях для третьей пары параметров наводит на мысль, что при автоматизированной настройке параметров их можно рассматривать как функции от масштаба и поля расстояний $k_W = f_1(M, \Delta S)$ и $k_P = f_2(M, \Delta S)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За период 2018 г. выполнен полный цикл исследований, запланированных по данному проекту. В ходе его выполнения получены результаты, приоритет которых подтверждается рейтинговыми публикациями коллектива исполнителей проекта в ведущих Российских и зарубежных научных журналах.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Научные публикации в журналах, индексируемых в российских и международных информационно-аналитических системах научного цитирования

1. Tarasov B.G., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Cassidy M.J., Randolph M.F. Modelling the static stress-strain state around the fan-structure in the shear rupture head // *Applied Mathematical Modelling*. – 2018. – V. 57. – P. 268-279. DOI: 10.1016/j.apm.2018.01.020
2. Tarasov B.G., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Analysis of fan waves in a laboratory model simulating the propagation of shear ruptures in rocks // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. – 2017. – V. 58, Iss. 7. – P. 1139-1152. DOI: 10.1134/S0021894417070100 (First Online: 19 March 2018)
3. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Numerical algorithm based on implicit finite-difference schemes for analysis of dynamic processes in blocky media // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. – 2018. – V. 33, Iss. 2. – P. 111-121. DOI: 10.1515/rnam-2018-0010
4. Sadovskii V., Sadovskaya O. Acoustic Approximation of the Governing Equations of Liquid Crystals under Weak Thermomechanical and Electrostatic Perturbations. In: *Advances in Mechanics of Microstructured Media and Structures* (Eds. dell’Isola F., Eremeyev V.A., Porubov A.). – Chapt. 17. – P. 297-341. – Ser.: *Advanced Structured Materials*, vol. 87. – Springer, Cham, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-73694-5_17
5. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Detkov V.A. Analysis of elastic waves generated in frozen grounds by means of the electromagnetic pulse source “Yenisei” // *Polar Mechanics* 2018. – IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. – 2018. – V. 193. – P. 012058-1–012058-7. DOI: 10.1088/1755-1315/193/1/012058
6. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Smolekho I.V. Parallel implementation of the algorithm describing the behavior of liquid crystals under the action of electric field // *AIP Conference Proceedings*. – 2018. – V. 2025. – P. 070005-1–070005-9. DOI: 10.1063/1.5064917
7. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Tarasov B.G. Modeling of fan waves taking into account the resistance to separation of domino-slabs in a fan-shaped system // *AIP Conference Proceedings*. – 2018. – V. 2025. – P. 070006-1–070006-8. DOI: 10.1063/1.5064918
8. Varygina M.P., Chentsov E.P. Numerical modeling of seismic wave propagation generated by the electromagnetic pulse source in layered medium // *AIP Conference Proceedings*. – 2018. – V. 2025. – P. 070007-1–070007-8. DOI: 10.1063/1.5064919

9. Matveev A.D., Grishanov A.N. Multigrid finite elements in the calculations of multilayer cylindrical shells // *Siberian Journal of Science and Technology*. – 2018. – V. 19, No. 1. – P. 27-36. DOI: 10.31772/2587-6066-2018-19-1-27-36
10. Rastorguev G.I., Grishanov A.N., Matveev A.D. Efficient method of calculating layered conical shells with Lagrange multigrid elements use // *Siberian Journal of Science and Technology*. – 2018. – V. 19, No. 3. – P. 423-431. DOI: 10.31772/2587-6066-2018-19-3-423-431
11. Кабанов А.А., Курако М.А., Перетокин С.А., Симонов К.В., Гольд М.В. Сетевые технологии решения задач обеспечения геодинамической безопасности урбанизированной территории на примере г. Красноярска // *Journal of Siberian Federal University: Engineering and Technologies*. – 2018. – V. 11, No. 1. – P. 102-115. DOI: 10.17516/1999-494X-0014
12. Kashkin V.B., Zuev D.V., Kurako M.A., Romanov A.A., Rubleva T.V., Simonov K.V. Satellite monitoring of atmospheric sulphur dioxide pollution in polar latitudes // *Polar Mechanics 2018. – IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. – 2018. – V. 193. – P. 012029-1–012029-6. DOI: 10.1088/1755-1315/193/1/012029
13. Zotin A., Zuev D., Kashkin V., Kurako M., Simonov K. Environmental risk zones mapping using satellite monitoring data // *Procedia Computer Science*. – 2018. – V. 126. – P. 1597-1605. DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.133
14. Kochnev V.A. Kinematic-gravitational ion model of planetary dynamo // *IOP Conference Series: Journal of Physics: Conference Series*. – 2018. – V. 1103. – P. 012009-1–012009-7. DOI:10.1088/1742-6596/1103/1/012009
15. Рогалев А.Н., Доронин С.В., Москвичев В.В. Оценка точности численного анализа деформированного состояния силовых конструкций технических объектов // *Вычислительные технологии*. – 2018. – Т. 23, № 2. – С. 88-101. DOI: 10.25743/ICT.2018.23.12802
16. Doronin S.V., Rogalev A.N., Reyzmunt E.M. Erratum to: “Problems on comparing analytical and numerical estimations of stressed-deformed state of structure elements” // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. – 2018. – V. 47, No. 4. – P. 387. DOI: 10.3103/S1052618818040167
17. Kirik E., Vitova T., Malyshev A., Popel E. The Impact of Different Angle Paths on Discrete-Continuous Pedestrian Dynamics Model In: *Cellular Automata – ACRI 2018* (Eds. Mauri G., Yacoubi S.E., Dennunzio A., Nishinari K., Manzoni L.). – Chapt. 19. – P. 207-217. – Ser.: *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 11115. – Springer, Cham, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-99813-8_19

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Выписка из плана научно-исследовательской работы на 2018 год

Содержание работы	Планируемый результат выполнения работы
1. Построение определяющих соотношений разного уровня сложности для описания процессов упругопластического деформирования композитов волокнистой структуры. Развитие методов расчета композиционных материалов под действием статических и динамических нагрузок.	1. Новые определяющие соотношения волокнистых композитов, учитывающие упругие, вязкие и пластические деформации в сочетании с различным сопротивлением материала растяжению и сжатию. Уравнения статического и динамического деформирования тонкостенных элементов конструкций из композиционных материалов, полученные на основе уточненных математических моделей. Алгоритмы, понижающие размерность систем линейных алгебраических уравнений метода конечных элементов в статических задачах механики композитов.
2. Освоение новых гибридных высокопроизводительных аппаратных и программных архитектур на основе технологий параллелизма и векторизации; адаптация к ним разработанных вычислительных алгоритмов для решения краевых задач для уравнений Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.	2. Параллельные алгоритмы, реализующие разработанную вычислительную технологию для решения краевых задач для уравнений Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости с помощью современных гибридных высокопроизводительных вычислительных систем.
3. Разработка численных методов первого и второго порядка точности для решения гибридных задач, формулируемых в терминах неразрешенных относительно производных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.	3. Алгоритмы интегрирования переменного шага на основе методов первого и второго порядков точности для решения гибридных задач с учетом нелинейного поведения событийной функции, формулируемых в терминах дифференциально-алгебраических систем индекса 1.

4. Численное моделирование данных геомониторинга катастрофических геодинамических природных процессов с учетом влияния прилива в геосреде.	4. Результаты численного моделирования данных геомониторинга катастрофических геодинамических природных процессов с учетом влияния прилива в геосреде.
5. Развитие дискретно-непрерывной модели движения людей: анализ устойчивости модели к входным данным по начальной скорости людей, создание подмодели динамической адаптации параметров модели как функций от времени и пространства.	5. Выводы о пределах чувствительности модели к исходным данным по скорости. Подмодель динамической адаптации параметров модели к пространственно-временной ситуации.