

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР «КРАСНОЯРСКИЙ
НАУЧНЫЙ ЦЕНТР СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»
(ФИЦ КНЦ СО РАН)

УДК 519.62/64

Рег. № НИОКТР АААА-А18-
118011890022-1

Рег. № ИКРБС

УТВЕРЖДАЮ
Врио директора ФИЦ КНЦ СО РАН,
д.с.-х.н.

_____ А.А. Шпедт

«27» января 2021 г.

ОТЧЕТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ НОВЫХ ПОКОЛЕНИЙ (заключительный)

Направление фундаментальных исследований
IV.36 Системы автоматизации, CALS-технологии, математические модели и
методы исследования сложных управляющих систем и процессов
(№ 0356-2019-0015)

Руководитель НИР

директор обособленного подразделения _____ В.М. Садовский
д.ф.-м.н. профессор

Красноярск, 2021

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы д.ф.-м.н., профессор	_____	В.М. Садовский (Разделы 1, 2, 5)
	<i>(подпись, дата)</i>	
Исполнители:		
г.н.с., д.ф.-м.н.	_____	Е.А. Новиков (Раздел 4)
	<i>(подпись, дата)</i>	
в.н.с., д.т.н.	_____	В.А. Кочнев (Раздел 5)
	<i>(подпись, дата)</i>	
в.н.с., д.т.н.	_____	К.В. Симонов (Раздел 5)
	<i>(подпись, дата)</i>	
с.н.с., к.ф.-м.н.	_____	И.В. Киреев (Разделы 1, 2)
	<i>(подпись, дата)</i>	
с.н.с., к.ф.-м.н.	_____	Е.С. Кирик (Раздел 6)
	<i>(подпись, дата)</i>	
с.н.с., к.ф.-м.н.	_____	А.А. Лукьянов (Раздел 1)
	<i>(подпись, дата)</i>	
с.н.с., к.ф.-м.н.	_____	А.Д. Матвеев (Раздел 1)
	<i>(подпись, дата)</i>	
с.н.с., к.ф.-м.н.	_____	А.Н. Рогалев (Раздел 4)
	<i>(подпись, дата)</i>	
с.н.с., к.ф.-м.н.	_____	О.В. Садовская (Разделы 2, 5)
	<i>(подпись, дата)</i>	
н.с., к.ф.-м.н.	_____	М.П. Варыгина (Раздел 1)
	<i>(подпись, дата)</i>	
м.н.с., к.т.н.	_____	Т.Б. Витова (Раздел 6)
	<i>(подпись, дата)</i>	
м.н.с.	_____	И.Е. Петраков (Раздел 1)
	<i>(подпись, дата)</i>	
м.н.с.	_____	И.В. Смолехо (Раздел 2)
	<i>(подпись, дата)</i>	
программист I категории	_____	А.В. Малышев (Раздел 6)
	<i>(подпись, дата)</i>	
инженер	_____	А.Е. Королева (Раздел 3)
	<i>(подпись, дата)</i>	
инженер	_____	Е.А. Ефимов (Раздел 5)
	<i>(подпись, дата)</i>	
Нормоконтроль	_____	А.В. Вяткин
	<i>(подпись, дата)</i>	

РЕФЕРАТ

Отчет 53 с., 22 рис., 3 прил.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ, ГИДРОДИНАМИКА, ДЕФОРМИРУЕМАЯ СРЕДА, БЛОЧНАЯ СТРУКТУРА, КОМПОЗИТНЫЙ МАТЕРИАЛ, ЖИДКИЙ КРИСТАЛЛ, ГЕОМОНИТОРИНГ, ПРОБЛЕМЫ БЕЗОПАСНОСТИ

Проект направлен на создание эффективных методов численной реализации сложных математических моделей природных и технологических процессов с применением высокопроизводительных ЭВМ (суперкомпьютеров). Основные результаты, полученные в ходе его выполнения, состоят в следующем. Предложен и апробирован метод построения определяющих соотношений для описания деформирования многослойных анизотропных оболочек вращения из композитов при наличии неидеального контакта между слоями. Для этого построены специальные многосеточные конечные элементы, позволяющие на дискретном уровне проектировать микроструктуру материала. Разработаны численно-аналитические методы расчета замкнутых оболочек вращения из композиционных материалов под действием квазистатических нагрузок. Для моделирования процессов расслоения в блочных композитных структурах из упругих блоков, взаимодействующих через податливые упругопластические прослойки, разработаны и реализованы на суперкомпьютерах кластерной архитектуры и системах с графическими ускорителями эффективные вычислительные алгоритмы, учитывающие расхождение берегов образовавшейся трещины под действием растягивающих напряжений с последующим контактом берегов при появлении сжимающих напряжений.

Построены математические модели для описания динамики многослойных микрополярных пластин и оболочек. Для учета слоистой структуры использовался подход, согласно которому кинематические гипотезы применяются для каждого слоя в отдельности, что позволяет рассматривать неоднородные по толщине слои пластин и оболочек. В каждом слое переход от трехмерных уравнений микрополярной среды к двумерным уравнениям основан на линейной по толщине аппроксимации линейных и угловых скоростей. Системы уравнений моделей приведены к термодинамически самосогласованным системам законов сохранения. Для численного решения этих систем разработаны параллельные вычислительные алгоритмы, основанные на методе двуциклического расщепления по пространственным переменным. Реализация алгоритмов выполнена в виде программных комплексов для суперкомпьютеров гибридной

архитектуры. Проведена серия расчетов задач о распространении в однослойных и трехслойных микрополярных прямоугольных пластинах и цилиндрических оболочках упругих волн, вызванных воздействием на среду различными внешними нагрузок.

С целью исследования динамических быстропротекающих процессов в жидких кристаллах разработана упрощенная математическая модель, в рамках которой жидкокристаллическая среда рассматривается как мелкодисперсная акустическая среда с вращающимися частицами, обладающая упругим сопротивлением деформации объема и вязкоупругим сопротивлением относительно повороту частиц. Разработан вычислительный алгоритм для решения краевых задач с начальными данными и граничными условиями общего вида. Алгоритм реализован в виде параллельной программы с применением технологии CUDA для вычислительных систем с графическими ускорителями. Проведены расчеты, демонстрирующие изменение ориентации молекул жидкого кристалла при механических, температурных и электрических воздействиях.

Разработан подход к дискретизации нелинейного оператора производной Лагранжа, основанный на выполнении локального балансового соотношения между соседними слоями по времени в пространстве L_2 . Подход позволил построить новые численные методы для решения уравнений Навье–Стокса, моделирующих движение вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале. Метод обеспечивает сходимость численного решения в среднеквадратичной норме.

Проведен анализ возможности совместного использования технологий параллелизации и векторизации программного кода при реализации предложенных методов. Оказалось, что при использовании технологии MPI оптимальной является стратегия поэлементной сборки глобальной матрицы жесткости. При совместном использовании технологий распараллеливания и векторизации наиболее выгодным становится хранение глобальной матрицы жесткости с пересчетом на каждом временном шаге только ее диагонали. Вычислительные эксперименты выполнялись на высокопроизводительных серверах ИВМ СО РАН. В состав одного из них входит сопроцессор Intel® Xeon Phi™ 5110P, имеющий 60 ядер, доступных для вычислений, каждое из которых может поддерживать до 4-х потоков OpenMP и имеет векторные регистры SIMD (Single Instruction Multiple Data) размерностью 512 бит.

Предложены и апробированы новые алгоритмы интегрирования переменного шага на основе методов первого и второго порядков точности для решения гибридных задач с учетом нелинейного поведения событийной функции, формулируемых в терминах дифференциально-алгебраических систем уравнений. Развита метод построения

гарантированных оценок решений и множеств достижимости для нелинейных управляемых систем, поведение которых описывается системами обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений. Исследованы задачи практической устойчивости при оценке живучести и безопасности систем. Построены численные методы оценивания множеств решений управляемых систем с возмущающими воздействиями на основе нескольких подходов к вычислению геометрических характеристик множеств решений. Разработаны и исследованы методы численного моделирования движения управляемого объекта, подверженного неконтролируемой помехе, на основе символьных формул, сохраняющих геометрические свойства точных решений, когда движение происходит на длительном интервале времени.

Получены новые результаты моделирования данных комплексного геомониторинга катастрофических геодинамических природных процессов, включающие результаты анализа особенностей изменения параметра эквивалентного уровня воды EWN (Equivalent Water Height) над геоидом по спутниковым измерениям космической системы GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment). Для выявления особенностей в сейсмоактивных районах выполнен статистический анализ глобальных и локальных гравитационных аномалий на основе построения частотных распределений аномалий в виде гистограмм «помесичных» данных, а также полных частотных распределений за длительный период времени. Предложен способ вычисления средней информационной энтропии отдельных месячных данных в глобальном масштабе. Статистическая обработка глобальной изменчивости гравитационного поля Земли свидетельствует о том, что эта изменчивость имеет случайный характер с дифференциальным распределением вероятности, близким к форме Коши (Лоренца). Корреляция между глобальной изменчивостью гравитационного поля и глобальной сейсмичностью Земли в масштабе 10-летнего периода наблюдений не выявлена, следовательно, сильнейшие землетрясения возникают в результате квазилокальных геодинамических процессов.

Разработана модель для исследования триггерных механизмов в рамках концепции барицентра на основе результатов интерпретации данных геомониторинга катастрофических геодинамических явлений сейсмической природы. На примере Чилийского землетрясения 2010 г. с магнитудой $M_w = 8,8$ показано, что существует отрицательная корреляция между величиной геодинамического параметра Н (расстояния от гипоцентра до положения барицентра Земля – Луна) и эквивалентной высотой воды EWN над геоидом. Обнаружена отрицательная аномалия параметра EWN в феврале 2010 г. к западу от эпицентра, ориентированная в направлении NE-SW. Аналогичные аномалии наблюдались и для последующих сильных землетрясений 2014 и 2015 гг. Таким образом,

образование аномальных областей связано с геодинамическими процессами подготовки сильнейших землетрясений в соответствующие периоды времени наблюдений.

В рамках базовой вычислительной технологии разработано алгоритмическое и методическое обеспечение для решения прямых и обратных задач геомониторинга цунамигенных землетрясений. Предложен способ решения прямой задачи оценки параметров источника цунами на основе построения аппроксимационных функций по данным наблюдений системы геомониторинга процесса подготовки землетрясения (модель «прогностический клин»). Разработана вычислительная методика оценки параметров источника цунами (решение обратной задачи) по данным регистрации цунами и расчетным данным о цунами от модельных (эталонных) источников.

Разработаны параллельные вычислительные алгоритмы и программы для исследования веерного механизма, имитирующего движение трещин сдвига в Земной коре на глубинах сейсмической активности со скоростями, превышающими скорость поперечных волн в горной породе. Этот механизм, предложенный профессором Тарасовым из Университета Западной Австралии, расширяет сложившиеся представления о зарождении и развитии мощных сейсмических событий. Вопреки известной гипотезе о распространении землетрясений вдоль существующих тектонических разломов считается, что оно может быть связано с движущимися волнами разрушения (трещинами сдвига), в результате которых образуются новые тектонические разломы. Исследования проводились с помощью прямого численного моделирования на суперкомпьютерах кластерной архитектуры Института вычислительного моделирования СО РАН (г. Красноярск) и Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН (г. Москва). С помощью разработанной вычислительной технологии выполнен анализ процесса страгивания веерной системы под действием квазистатических касательных напряжений в окружающих блоках горной породы и показано, что скорость волн разрушения может достигать экстремальных значений.

Программно реализована задача крупноблочного распараллеливания на этапе построения полей расстояний для компьютерного моделирования эвакуации людей из зданий и сооружений. Она является одной из трудоемких вычислительных процедур при моделировании пешеходного движения и, в то же время, служит необходимым средством при оценке планировочных решений. Наиболее затратным этот этап оказывается при решении крупномасштабных задач для таких объектов, как большие спортивные арены и прилегающие к ним территории. Получено существенное ускорение расчетов за счет разработки и последующего применения прикладного программного обеспечения для суперкомпьютерных систем кластерной архитектуры.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	8
1. Математическое моделирование композитов слоистой и блочной структуры, в том числе тонкостенных композитных пластин и оболочек, с учетом нелинейных эффектов пластичности, расслоения, разного сопротивления растяжению и сжатию.....	9
2. Разработка математической модели для исследования нестационарных процессов в жидких кристаллах на высокопроизводительных системах с графическими ускорителями: анализ определяющих уравнений, алгоритмическая реализация.....	18
3. Освоение новых гибридных высокопроизводительных аппаратных и программных архитектур на основе технологий параллелизма и векторизации; адаптация к ним разработанных вычислительных алгоритмов для решения уравнений Навье–Стокса	22
4. Разработка численных методов решения задач для гибридных систем обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений, построение оценок множеств решений, в том числе для задач управления движением объекта, подверженного неконтролируемой помехе.....	26
5. Развитие вычислительных технологий моделирования катастрофических геодинамических природных процессов: анализ триггерных механизмов в рамках концепции барицентра; моделирование распространения трещин сдвига на глубинах сейсмической активности	30
6. Развитие дискретно-непрерывной модели движения людей: создание динамической подмодели адаптации площади проекции человека в зависимости от скорости и плотности потока, разработка быстрых алгоритмов оценивания плотности потока	41
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	45
ПРИЛОЖЕНИЕ А	46
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	49
ПРИЛОЖЕНИЕ В.....	53

ВВЕДЕНИЕ

Проблема разработки вычислительных технологий для решения ресурсоемких научно-исследовательских и прикладных задач на суперкомпьютерах высокой производительности имеет большое научное и практическое значение. Это связано с постоянным совершенствованием математических моделей и определяется возрастающими требованиями к точности результатов моделирования. В Институте вычислительного моделирования СО РАН – обособленном подразделении ФИЦ КНЦ СО РАН сложился коллектив специалистов в области математического моделирования и разработчиков параллельных вычислительных алгоритмов и программ. Имеется собственная техническая база – многопроцессорные ЭВМ средней производительности, которые используются для отладки, тестирования программ и для проведения расчетов относительно небольших задач, и высокоскоростные сетевые средства доступа к удаленным Российским суперкомпьютерам. И вместе с тем функционирующая в настоящее время вычислительная база огромного Федерального исследовательского центра «Красноярский научный центр СО РАН», включающего в себя 11 разнопрофильных научных институтов от математики, физики и химии до медицины, экологии и сельского хозяйства, унаследовала вычислительную базу только одного института и обладает низкой производительностью, не идущей в сравнение с соседними регионами – Новосибирской, Томской и Иркутской областями. Это негативно влияет на развитие данного научного направления в целом.

В 2019 году за счет программы развития ФИЦ КНЦ СО РАН были приобретены вычислительные узлы для универсального кластера (10 модулей 2 x 20-ти ядерных процессоров с 256 Гб оперативной памяти). Пиковая производительность кластера возросла до 14 Тфлопс с двойной точностью. Была проведена соответствующая оптимизация системного и прикладного программного обеспечения вычислительных комплексов для повышения эффективности их использования. Однако работы по созданию единой гетерогенной вычислительной среды коллективного доступа для Красноярских научных организаций и учебных учреждений на базе суперкомпьютерных ресурсов ИВМ СО РАН по-прежнему остаются только в планах на будущее.

Настоящий отчет является заключительным отчетом по результатам исследований, проведенных в 2017 – 2020 годах по теме «Математическое моделирование сложных систем и процессов с применением высокопроизводительных вычислительных комплексов новых поколений». Отчет содержит шесть разделов, соответствующих содержанию планов НИР по данной теме на эти годы.

1. Математическое моделирование композитов слоистой и блочной структуры, в том числе тонкостенных композитных пластин и оболочек, с учетом нелинейных эффектов пластичности, расслоения, разного сопротивления растяжению и сжатию

Основная цель исследований, выполненных за отчетный период, – создание методов расчета напряженно-деформированного состояния слоистых конструкций из анизотропных материалов при квазистатическом нагружении, в полной мере учитывающих контактные условия на границе раздела сред. Как правило, любой из таких методов включает в себя построение конечномерного аналога исходной трехмерной проблемы и численное решение возникающей дискретной задачи.

Тонкостенные конструкции, такие как стержни, пластины и оболочки, повсеместно используются в гражданском строительстве, авиакосмическом проектировании, медицинских и биологических отраслях в качестве основных структурных элементов. Для описания внутренней неоднородной микроструктуры материалов применяются модели микрополярных (моментных) сред [Cosserat E., Cosserat F. *Théorie des Corps Déformables*. Herman et Fils, Paris, 1909]. С появлением новых функциональных материалов с заранее проектируемыми специальными свойствами, так называемых метаматериалов, приобрели особую актуальность модели микрополярных сред [Higher Gradient Materials and Related Generalized Continua (Eds.: Altenbach H., Müller W.H., Abali B.E.). Ser.: *Advanced Structured Materials*. 2019. V. 120. Springer], [Erofeev V.I., Pavlov I.S. *Structural Modeling of Metamaterials*. Ser.: *Advanced Structured Materials*. 2021. V. 144. Springer]. Материалы с микро- и наноструктурой проявляют целый комплекс характерных свойств, связанных с вращательными степенями свободы частиц. Влияние различных типов частиц среды и характерного размера микроструктуры описывается с помощью тензора инерции. В уравнения модели, наряду с несимметричным тензором напряжений, вводится несимметричный тензор моментных напряжений.

Начиная с работы [Ericksen J.L., Truesdell C. *Exact theory of stress and strain in rods and shells* // *Arch. Ration. Mech. Anal.* 1958. V. 1, Iss. 1. P. 295–323], модель микрополярных сред применяется для построения неклассических обобщенных моделей тонкостенных конструкций. Развиваются несколько подходов. Аксиоматический метод (прямой подход) рассматривает оболочку как материальную поверхность и описывает ее деформирование под действием обобщенных внешних и внутренних сил, наделяя каждую материальную частицу свойствами твердого тела, дополнительно учитывая вращательные степени свободы. Аппроксимационный метод заключается в приближении объемного поля перемещений и усреднении динамических уравнений по «тонким» направлениям.

Переход от трехмерных уравнений микрополярной среды к двумерным уравнениям микрополярных пластин и оболочек основан на линейной по толщине пластины или оболочки аппроксимации линейных и угловых скоростей. После интегрирования системы трехмерных уравнений среды по толщине пластины (оболочки), системы двумерных уравнений для пластин (оболочек) записываются в терминах усредненных по толщине усилий и моментов.

Моделирование многослойных пластин и оболочек ведется в основном в двух направлениях. Кинематические гипотезы принимаются для всего пакета слоев или для каждого слоя в отдельности. Второй подход получил существенное развитие благодаря тому, что он позволяет рассматривать пластины и оболочки с различающимися свойствами слоев. В теориях второго направления число неизвестных зависит от числа слоев, что вносит дополнительную сложность при численном моделировании.

При выполнении базового проекта для каждого слоя пластины или оболочки применяются обобщенные гипотезы Тимошенко в рамках аппроксимационного подхода. Уравнения модели приведены к термодинамически самосогласованным системам законов сохранения, записанных в симметрической гиперболической форме, из которой следует корректность постановки задачи Коши и краевых задач с диссипативными граничными условиями.

Для численного моделирования применяется метод двуциклического расщепления по пространственным переменным. Процедура расщепления состоит из пяти этапов. На этапах расщепления решаются одномерные задачи с помощью монотонной ENO-схемы с предельной реконструкцией решения и конечно-разностной схемы Кранка–Николсон. Применяемый метод сохраняет порядок аппроксимации одномерных схем и обеспечивает устойчивость численного решения при выполнении условия устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви для одномерных систем.

Реализация алгоритмов выполнена в виде программных комплексов, предназначенных для численного решения динамических задач о распространении упругих волн в микрополярных пластинах и оболочках. Программный комплекс включает в себя последовательные и параллельные версии программ для гибридных суперкомпьютеров. Последовательная версия реализована на языке C++. Распараллеливание выполнено по технологии CUDA (Compute Unified Device Architecture), позволяющей запускать задачу на множестве ядер графического устройства. Реализуются различные варианты распараллеливания: технология CUDA для использования одного или нескольких графических устройств (Single-GPU, Multi-GPU), сочетание технологий MPI (Message Passing Interface) + CUDA. Программы

зарегистрированы в Роспатенте [Варыгина М.П. Программный комплекс для численного моделирования микрополярных прямоугольных пластин на графических ускорителях (2Dyn_Plates_CUDA). Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2019610038 от 09.01.2019 // RU ОБПБТ. № 01-2019. М.: ФИПС, 2019], [Варыгина М.П. Программный комплекс для численного моделирования микрополярных цилиндрических оболочек на графических ускорителях (2Dyn_Shells_CUDA). Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2019610039 от 09.01.2019 // RU ОБПБТ. № 01-2019. М.: ФИПС, 2019]. Для верификации работы алгоритма использовалось аналитическое решение задачи о распространении монохроматической волны. Проведена адаптация зарегистрированных программных комплексов на случай многослойных пластин и оболочек с возможностью задания различных свойств для каждого индивидуального слоя.

Для демонстрации работы программного комплекса выполнена серия расчетов задач о распространении упругих волн в микрополярных тонких пластинах и оболочках на вычислительном сервере Flagman с графическими вычислителями Tesla C2050 Института вычислительного моделирования СО РАН. Предполагается, что в начальный момент времени среда находится в естественном (ненапряженном) состоянии. На одной из границ действует нагрузка в нормальном или касательном направлении. Граница, противоположная границе с заданными напряжениями, жестко закреплена. Остальные границы свободны от напряжений. Реализованы различные варианты задания внешней нагрузки: сосредоточенная в системе точек или распределенная по участку границы, мгновенная, периодическая или в виде последовательности импульсов.

На рис. 1 представлены результаты численного моделирования трехслойных микрополярных пластин. Решается задача Лэмба о мгновенном действии сосредоточенной нагрузки моментного напряжения в центре верхней грани пластины в касательном направлении. Толщина каждого слоя пластины – 2,5 мм. Размер пластины – $0,1 \times 0,05 \text{ м}^2$. Расчеты проведены для круглых и цилиндрических частиц среды. На рис. 1а пластина состоит из сферических частиц в каждом слое. На рис. 1б и 1в частицы среды цилиндрические, ориентированные вдоль осей x_1, x_2 со сменой ориентации частиц в центральном слое. Радиус частицы – 0,15 мм. Высота цилиндрической частицы – 1,5 мм. Размерность конечно-разностной сетки – 1000×500 ячеек. Шаг сетки – 0,1 мм, что согласуется с размером частиц среды.

На поверхностях уровней усредненного по толщине слоев вращательного момента видны характерные для задачи Лэмба волны: падающая продольная и поперечная волны с круговыми фронтами, две поперечные (конические) волны в виде симметричных отрезков прямых, касающихся полуокружности меньшего радиуса. Отличие от классической

теории упругости состоит в колебательном характере решения. Наблюдается качественное отличие волновой картины для микрополярных сред с различной формой частиц. Для пластины со сферическими частицами фронты волн круглые, для цилиндрических частиц фронты волн близки к эллиптическим.

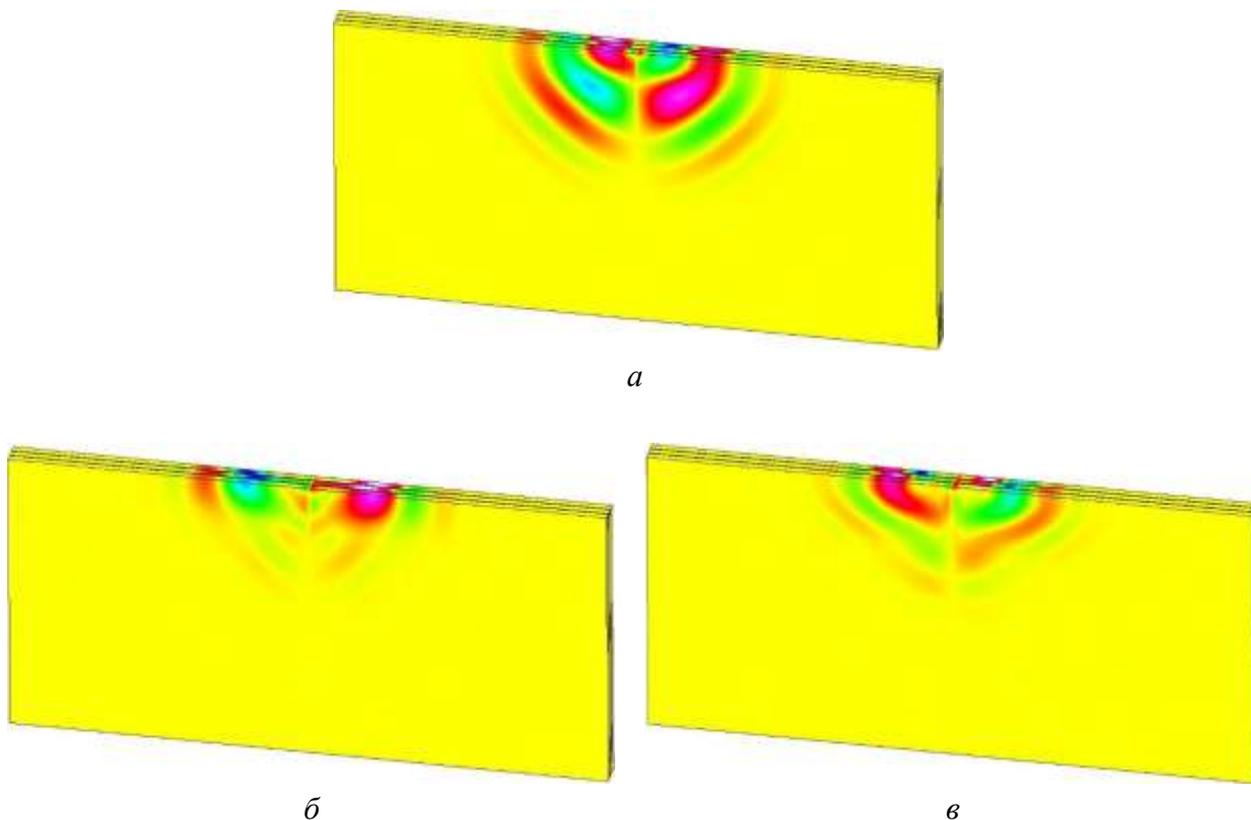


Рисунок 1 – Поверхности уровня вращательного момента в задаче Лэмба для среды со сферическими частицами в каждом слое (а), с цилиндрическими частицами с осью вдоль осей $x_1 - x_2 - x_1$ (б) и вдоль осей $x_2 - x_1 - x_2$ (в) в слоях

Широко применяемый подход к построению конечномерных аналогов задач прочности тонкостенных многослойных анизотропных конструкций в самом общем случае состоит в переходе от пространственных задач к двумерным. Пусть решение пространственной задачи существует и единственно. Обозначим через $\vec{U}(x_1, x_2, x_3)$ поле перемещений многослойной оболочки в криволинейных координатах x_1, x_2, x_3 , где координатные линии x_3 ортогональны поверхностям раздела, на которых x_1, x_2 образуют координатную систему. Рассмотрим один из слоев оболочки, ограниченный поверхностями $x_3 = h_0(x_1, x_2) \pm h(x_1, x_2)$, где $2h(x_1, x_2) > 0$ – толщина слоя. Тогда

контактные перемещения $\vec{U}(x_1, x_2, x_3)|_{x_3=h_0 \pm h} = \vec{u}^\pm(x_1, x_2)$ должны быть связаны с аналогичными векторами из соседних слоев условиями контакта – идеальным, с проскальзыванием и т.п. Кроме того тензоры напряжений σ в слоях должны быть согласованы на ограничивающих их поверхностях: $(\sigma|_{x_3=h_0 \pm h}) \circ \vec{n}^\pm = \vec{p}^\pm$. Здесь $\vec{n}^\pm(x_1, x_2)$ – вектор внешней к рассматриваемому слою нормали, а $\vec{p}^\pm(x_1, x_2)$ – вектор плотности поверхностных сил на границе контакта $x_3 = h_0(x_1, x_2) \pm h(x_1, x_2)$. Отсюда, в силу положительной определенности тензора жесткости материала упругого слоя, нормальные составляющие тензора деформаций на поверхности раздела линейно выражаются через поверхностные силы и частные производные первого порядка по координатам x_1, x_2 от контактных перемещений. Иными словами, для рассматриваемого слоя в каждой точке поверхности $x_3 = h_0(x_1, x_2) \pm h(x_1, x_2)$ имеет место представление

$$\left. \frac{\partial \vec{U}(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_3} \right|_{x_3=h_0 \pm h} = \vec{u}_{x_3}^\pm \left(\vec{u}^\pm, \vec{u}_{x_1}^\pm, \vec{u}_{x_2}^\pm, \vec{p}^\pm \right),$$

где $\vec{u}_{x_3}^\pm$ есть линейная комбинация векторов $\vec{u}^\pm, \vec{u}_{x_1}^\pm, \vec{u}_{x_2}^\pm, \vec{p}^\pm$, коэффициенты которой определяются внутренней геометрией слоя $|x_3 - h_0(x_1, x_2)| \leq h(x_1, x_2)$ и его упругими характеристиками.

Введем базисные на отрезке $[-1, 1]$ интерполяционные многочлены Эрмита:

$$\begin{aligned} \mathfrak{h}_0^+(z) &= \frac{1}{4}(2 + 3z - z^3), \quad \mathfrak{h}_0^-(z) = \frac{1}{4}(2 - 3z + z^3); \quad \mathfrak{h}_0^\pm(\pm 1) = 1, \mathfrak{h}_0^\pm(\mp 1) = 0. \\ \mathfrak{h}_1^+(z) &= \frac{1}{4}(z-1)(z+1)^2, \quad \mathfrak{h}_1^-(z) = \frac{1}{4}(z+1)(z-1)^2; \quad \mathfrak{h}_1^\pm(\pm 1) = \mathfrak{h}_1^\pm(\mp 1) = 0, \frac{d\mathfrak{h}_1^\pm(\pm 1)}{dz} = 1, \frac{d\mathfrak{h}_1^\pm(\mp 1)}{dz} = 0. \end{aligned}$$

Тогда имеет место представление

$$\begin{aligned} \vec{U}(x_1, x_2, x_3) &= \vec{u}^+(x_1, x_2) \cdot \mathfrak{h}_0^+ \left(\frac{x_3 - h_0(x_1, x_2)}{h(x_1, x_2)} \right) + \vec{u}^-(x_1, x_2) \cdot \mathfrak{h}_0^- \left(\frac{x_3 - h_0(x_1, x_2)}{h(x_1, x_2)} \right) + \\ &+ \vec{u}_{x_3}^+(x_1, x_2) \cdot \mathfrak{h}_1^+ \left(\frac{x_3 - h_0(x_1, x_2)}{h(x_1, x_2)} \right) + \vec{u}_{x_3}^-(x_1, x_2) \cdot \mathfrak{h}_1^- \left(\frac{x_3 - h_0(x_1, x_2)}{h(x_1, x_2)} \right) + \vec{\mathfrak{A}}(x_1, x_2, x_3); \\ \vec{\mathfrak{A}}(x_1, x_2, x_3) \Big|_{x_3=h_0(x_1, x_2) \pm h(x_1, x_2)} &= \left. \frac{\partial \vec{\mathfrak{A}}(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_3} \right|_{x_3=h_0(x_1, x_2) \pm h(x_1, x_2)} = \vec{0}. \end{aligned}$$

Если решение исходной задачи не содержит функций типа погранслоя по x_3 , то последним слагаемым можно пренебречь, и приходим к кубической по нормальной координате аппроксимации вектор-функции $\vec{U}(x_1, x_2, x_3)$. Из принципа возможных

перемещений получаем систему линейных дифференциальных уравнений относительно контактных смещений и усилий, содержащую частные производные до четвертого порядка от u^\pm и до второго от p^\pm включительно. Применяя подобные технологии к функции $\mathfrak{A}(x_1, x_2, x_3)$, можно получить уточненные оболочечные модели любого порядка точности, однако порядок возникающей системы дифференциальных уравнений будет линейно зависеть от числа слоев. Для уменьшения количества уравнений разрешающей системы целесообразен переход к формату данных ТТФ. В случае осесимметричных задач для замкнутых упругих многослойных оболочек вращения с идеальным межслойным контактом предложенный подход приводит к двухточечным краевым задачам для линейных гамильтоновых систем обыкновенных дифференциальных уравнений, численные методы решения которых были ранее разработаны в ИВМ.

Заключительный год проекта был связан с адаптацией подхода Максвелла–Круткова для построения численно-аналитических решений трехмерных задач статики анизотропной теории упругости. В настоящее время наиболее распространенным подходом к построению конечномерного аналога напряженно-деформированного состояния пространственных конструкций является метод конечных элементов. Основанная на нем дискретизация задач прочности механики слоистых конструкций с идеальными межслойными контактами приводит к минимизации конечномерных квадратичных функционалов большой размерности при ограничениях типа равенств. Для численного решения последней проблемы широко применяется метод проекции градиента, важнейшей составной частью которого является построение ортогональной проекции вектора на линейное подпространство. Несмотря на математическую тривиальность последней задачи, ее численное решение при больших размерностях вызывает значительные сложности из-за ошибок округления. Основываясь на теории ортогонализации в пространствах Крылова, удалось построить эффективный итерационный процесс вычисления ортогональной проекции вектора на множество решений совместной системы линейных алгебраических уравнений. Разработан и апробирован конструктивный критерий остановки этого процесса, после выполнения которого дальнейшие итерации нецелесообразны. Предложена процедура редукции исходной задачи проектирования к аналогичным задачам меньшей размерности, на базе которой построено распараллеливание вычислений.

Для решения ряда физических краевых задач (например, деформирования композитных оболочек вращения) разработан метод многосеточных конечных элементов. Этот метод строится на системе вложенных сеток. Мелкая сетка отвечает базовой

дискретной модели тела, которая учитывает его форму и физические характеристики. Остальные сетки применяются для понижения размерности метода. В итоге метод порождает дискретные модели малой размерности, и полученные с его помощью решения мало отличаются от решений базовой модели.

При заданных условиях прочности коэффициенты запаса тел, в частности, композитных пластин и оболочек, отвечают точным решениям задачи упругости. Если погрешность решений (напряжений) неизвестна, то выполнить эти условия в точной постановке сложно. Для этого были разработаны скорректированные условия прочности, учитывающие погрешности напряжений. Они позволяют определить для тела класс приближенных решений, с помощью которых можно выполнить условия прочности. Было показано, что для выполнения условий прочности тонкостенных конструкций можно использовать решения уравнений теории оболочек и пластин.

Для численного решения осесимметричных задач статики разработан метод построения многосеточных конечных элементов двух типов (рис. 2). Элементы первого типа получают путем поворота образующего конечного элемента вокруг заданной оси на заданный угол, элементы второго типа – с помощью параллельного переноса образующего конечного элемента в заданном направлении на заданное расстояние. Многосеточные конечные элементы первого типа применяются для расчета оболочек вращения, второго типа – для расчета цилиндрических оболочек, пластин и балок сложной формы. Предлагаемый метод учитывает неоднородную структуру и форму тел, порождает дискретные модели малой размерности и позволяет получать решения с малой погрешностью.

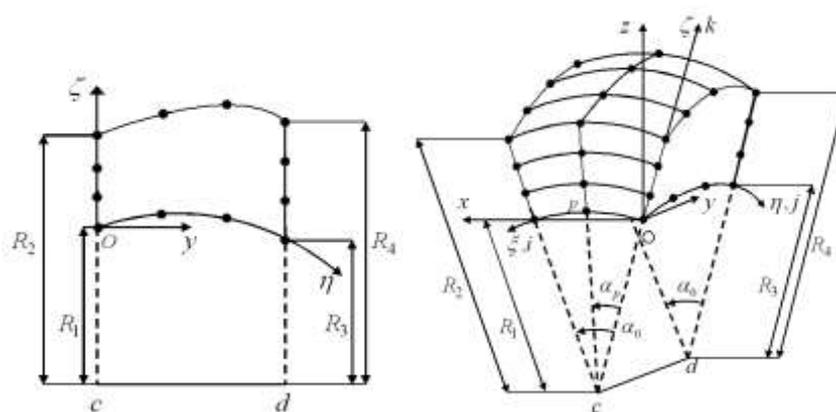


Рисунок 2 – Оболочечный односеточный конечный элемент (слева) и двухсеточный элемент (справа), полученный поворотом и параллельным переносом

Разработан метод эквивалентных условий прочности для расчета на прочность композитных элементов конструкций с неоднородной регулярной структурой. Метод

сводится к расчету на прочность изотропных однородных тел с применением эквивалентных (осредненных) условий прочности. Показано, что эквивалентные условия прочности применимы для определенного вида нагружений композитных тел. Реализация этого метода требует малых ресурсов ЭВМ. Расчет на прочность тел с микронеоднородной регулярной волокнистой структурой показывает его высокую эффективность.

Предложен новый подход к построению нелинейных определяющих уравнений для описания упругой деформации волокнистых композитов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию. В основе лежит метод реологических схем (рис. 3), который был разработан ранее исполнителями проекта для решения задач моделирования сыпучих и пористых сред. При переходе к тензорным уравнениям применяется гипотеза о существовании специального конуса в пространстве деформаций, включающего в себя всевозможные состояния сжатия. Конструкция этого конуса зависит от способа армирования материала. При наложении деформаций из конуса композит ведет себя как линейно упругая среда, а за его пределами он становится нелинейным с повышенной жесткостью, обусловленной растяжением высокомодульных армирующих волокон.

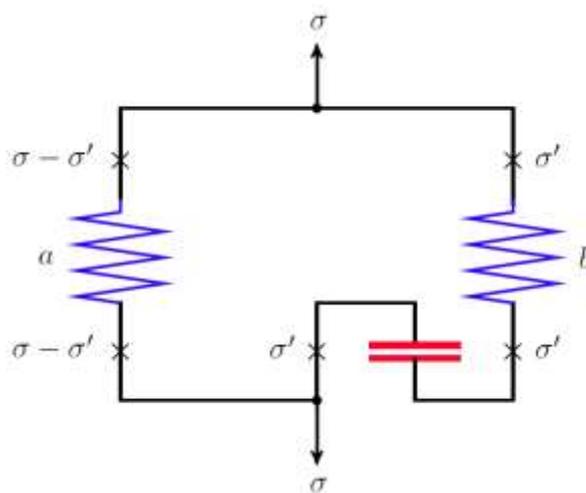


Рисунок 3 – Реологическая схема волокнистого композита

Полученные таким образом определяющие уравнения допускают потенциальное представление, что гарантирует выполнение фундаментальных принципов равновесной термодинамики. С его помощью построены определяющие уравнения волокнистых композитов с высокомодульными армирующими волокнами при плоском напряженном состоянии. На основе метода конечных элементов в сочетании с методом начальных напряжений в рамках модели выполнен анализ распределения деформаций и напряжений

в прямоугольных одно-, двух- и трехслойной пластинах из углепластика с круговым отверстием под действием внешних напряжений на границе (рис. 4).

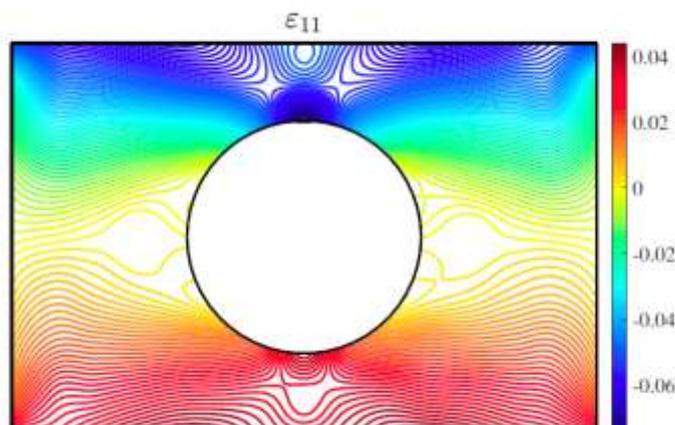


Рисунок 4 – Линии уровня продольной деформации армированной трехслойной пластины при линейном распределении напряжений на границе

Для композитов слоисто-блочного строения на основе формулировки условий контактного взаимодействия берегов трещины в виде вариационных неравенств с геометрическими ограничениями типа непроникания берегов разработаны и реализованы в виде отдельных подпрограмм вычислительные алгоритмы, позволяющие имитировать зарождение и развитие разветвленной системы трещин отслоения в межблочных прослойках. Разработанные подпрограммы внедрены в авторские программные коды для численного решения задач динамики на высокопроизводительных вычислительных кластерах, которые использовались для решения ряда задач о распространении волн в блочных средах при интенсивных нагрузках. В приближении плоского деформированного состояния моделировалось разрушение вертикальной кирпичной кладки с ослабленными соединительными швами под действием импульса давления через короткую нагружающую платформу. На рис. 5 показаны типичные картины распределения пластических зон и зон отслоения в композите, изменяющиеся по мере прохождения и отражения головной волны от нижней границы (жесткого основания) для трех последовательных моментов времени. По картинам можно выделить зону разрушения за фронтом головной волны, а также зону откольного разрушения, которая образуется вблизи верхней границы (свободной поверхности) после взаимодействия с ней отраженной волны.

Разработанные вычислительные алгоритмы и компьютерные программы для высокопроизводительных систем (суперкомпьютеров) применялись к анализу

образования осциллирующих деформаций и напряжений на фронтах волн вращательного движения частиц в микроразрушенных композитах. Такие волны могут служить для идентификации дефектной структуры материала.

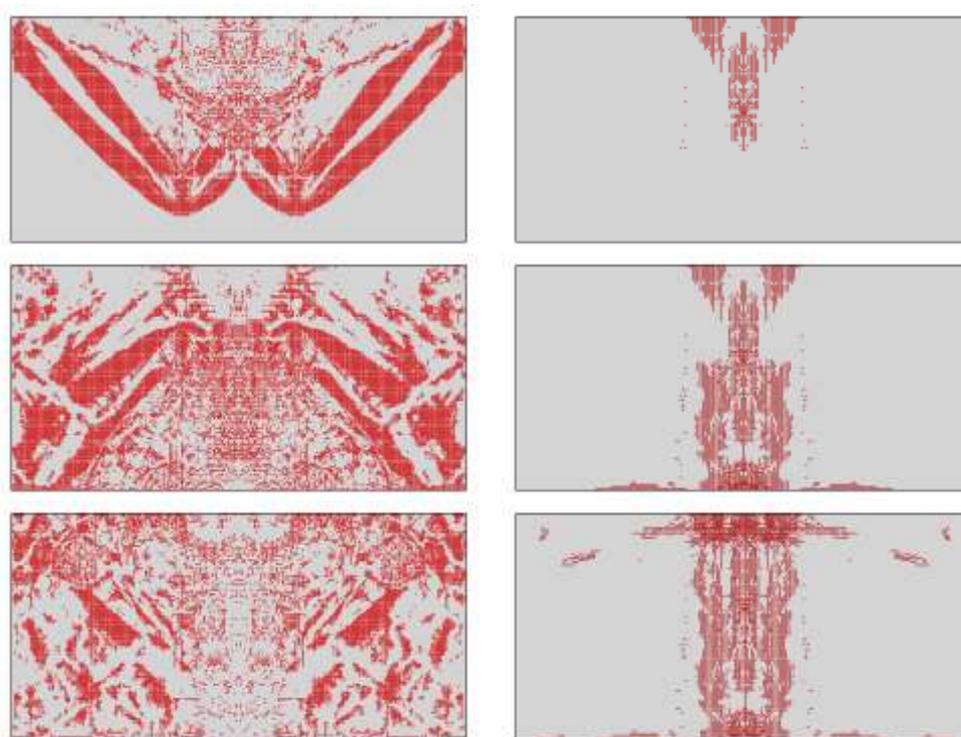


Рисунок 5 – Конфигурация пластических зон (слева) и зон расслоения (справа) под нагружающей платформой в последовательные моменты времени

2. Разработка математической модели для исследования нестационарных процессов в жидких кристаллах на высокопроизводительных системах с графическими ускорителями: анализ определяющих уравнений, алгоритмическая реализация

Жидкие кристаллы представляют собой промежуточное агрегатное состояние вещества между анизотропными твердыми телами и изотропными жидкостями, в котором проявляются одновременно свойства упругости и текучести. Жидкокристаллическая фаза существует в интервале от температуры плавления до некоторой более высокой температуры, при нагреве до которой вещество переходит в обычную жидкость. Ниже этого интервала вещество является твердым. Подвижность молекул жидких кристаллов позволяет слабым воздействием внешних сил изменять их ориентацию, меняя свойства.

Физические свойства жидких кристаллов описаны в работах многих авторов, включая лауреата Нобелевской премии Пьера Жюлиа де Жена. Для моделирования квазистатических равновесных состояний используется общепринятая теория Озеена–Франка, в рамках которой решение краевой задачи формулируется в вариационной форме

как задача о минимуме потенциальной энергии, зависящей от ориентации молекул. Впервые математическая модель динамики жидкого кристалла как микрополярной среды с вращательными степенями свободы была предложена в работах Эриксона и Лесли. Затем она развивалась Аэро, Булыгиным, Калугиным, Кондауровым и другими авторами. Однако определяющие уравнения полученной универсальной модели оказались исключительно сложными для численной реализации. Проблема еще в том, что в эту модель наряду с параметрами состояния входят функции состояния, трудноопределимые в эксперименте.

В работе [Садовский В.М., Садовская О.В. Об акустическом приближении термомеханической модели жидкого кристалла // Физическая мезомеханика. 2013. Т. 16, № 3. С. 55–62] была предложена упрощенная математическая модель нематического жидкого кристалла как акустической микронеоднородной среды с вращающимися частицами, которая приводится к достаточно простой системе дифференциальных уравнений в частных производных.

В ходе выполнения данного проекта разработан параллельный вычислительный алгоритм, реализующий упрощенную модель, [Смолехо И.В., Садовская О.В., Садовский В.М. Численное моделирование акустических волн в жидком кристалле с использованием технологии CUDA // Вычислительные технологии. 2017. Т. 22, Спец. вып. 1. С. 87–98]. Построена более общая модель, учитывающая моментные взаимодействия между частицами и воздействие электрического поля. Выполнена алгоритмическая реализация модели [Sadovskii V., Sadovskaya O. Acoustic Approximation of the Governing Equations of Liquid Crystals under Weak Thermomechanical and Electrostatic Perturbations. In: Advances in Mechanics of Microstructured Media and Structures. Chapt. 17. P. 297–341. Ser.: Advanced Structured Materials, vol. 87. Cham: Springer, 2018].

В рамках полученной модели численное решение краевых задач для системы определяющих уравнений осуществляется с помощью метода двуциклического расщепления по пространственным переменным. Искомыми величинами являются скорости, давление и касательное напряжение, угловая скорость, моментные напряжения и температура внутри расчетной области. Используемая конструкция метода расщепления обеспечивает устойчивость численного решения краевых задач при выполнении условия Куранта–Фридрихса–Леви. Учет воздействия электрического поля производится в следующей постановке. Рассматривается протяженный в горизонтальном направлении слой жидкого кристалла толщины b под действием периодического электрического поля, создаваемого зарядами на пластинах–обкладках конденсатора. Периодичность поля обусловлена периодичностью расположения пластин на одном и том же расстоянии l друг

от друга как на верхней, так и на нижней сторонах жидкого кристалла (рис. 6). Предполагается, что горизонтальные размеры пластин конденсатора l^\pm меньше, чем l .

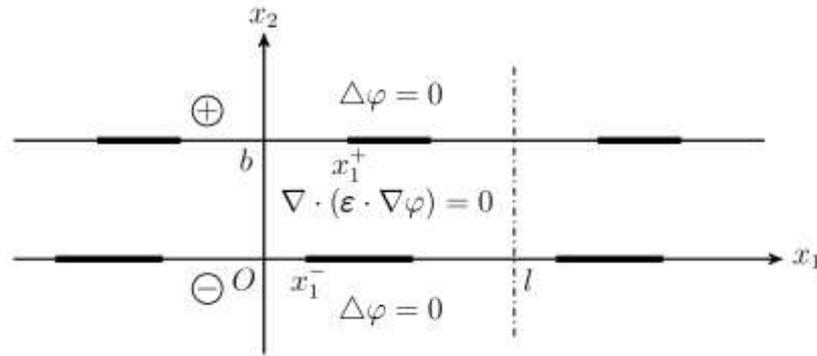


Рисунок 6 – Схема возмущения жидкокристаллического слоя электрическим полем

Во внешней части слоя потенциал φ электрического поля $E = -\nabla\varphi$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\varphi = 0$ при $x_2 < 0$ и при $x_2 > b$. Внутри слоя выполняется уравнение, учитывающее анизотропию среды: $\nabla \cdot (\varepsilon \cdot \nabla\varphi) = 0$, где ε – тензор диэлектрической проницаемости жидкого кристалла, зависящий от ориентации молекул. С учетом периодичности рассматривается лишь часть слоя длиной l . На пластинах–обкладках электрический потенциал распределен равномерно:

$$\varphi^+ = \varphi = \varphi_0^+ \text{ при } x_2 = b, \quad x_1^- \leq x_1 < x_1^- + l^+, \quad \varphi = \varphi^- = \varphi_0^- \text{ при } x_2 = 0, \quad x_1^- \leq x_1 < x_1^- + l^-.$$

Здесь φ^\pm – значения потенциала на границах жидкого кристалла извне (сверху и снизу относительно слоя), φ_0^\pm – заданные константы, x_1^\pm – координаты левых концов верхней и нижней обкладок конденсатора, расположенных несимметрично в пределах выделенной части слоя. На остальных частях границы, где жидкий кристалл граничит с воздухом, выполняются условия непрерывности электрического потенциала и нормальной составляющей вектора электрической индукции $\varepsilon \cdot \nabla\varphi$.

При наличии электрического поля молекулы жидкого кристалла испытывают действие объемных сил $f = (P \cdot \nabla)E$ и моментов $m = P \times E$, где $P = \varepsilon_0 \chi E$ – вектор электрической поляризации, $\chi = \varepsilon - I$ – тензор диэлектрической восприимчивости, I – единичный тензор, ε_0 – электрическая постоянная. Силы и моменты используются в качестве правых частей при решении системы уравнений акустического приближения.

Решение уравнения Лапласа во внешности слоя строится по методу прямых. Уравнение внутри слоя решается итерационным методом с помощью рекуррентного пересчета по уравнению: $\varepsilon^0 \Delta\varphi^* = \varepsilon^0 \Delta\varphi - \nabla \cdot (\varepsilon \cdot \nabla\varphi)$. В соответствии с этим уравнением анизотропная среда на каждом шаге заменяется однородной и изотропной средой с

диэлектрической проницаемостью ε^0 , с распределенными внутри нее зарядами. Правая часть вычисляется на предыдущем приближении электрического потенциала, величина ε^0 выбирается из соображений наискорейшей сходимости итераций. Условие окончания итерационного процесса: $\|\varphi^* - \varphi\| \leq \delta \|\varphi\|$ с заданной погрешностью δ . Решение соответствующего дискретного уравнения Лапласа относительно нового приближения потенциала φ^* строится с помощью разложения Фурье.

Алгоритм реализован в виде параллельной программы, написанной на языке Си с применением технологии CUDA, которая позволяет существенно увеличить вычислительную производительность благодаря использованию видеокарт. В программе содержатся процедуры, реализующие метод прямых с применением трехточечной прогонки и итерационный метод решения эллиптического уравнения для потенциала. С помощью функций библиотеки *cuSolver* осуществляется метод *LU*-разложения для решения СЛАУ. Для параллельной реализации прямого и обратного преобразований Фурье применяется библиотека *cuFFT*. Программа зарегистрирована в Роспатенте [Садовский В.М., Садовская О.В., Смолехо И.В. Программный комплекс для численного моделирования динамических процессов в жидкокристаллической среде с помощью технологии CUDA (2Dyn_Crystals_CUDA). Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2018666773 от 20.12.2018 // RU ОБПБТ. № 12-2018. М.: ФИПС, 2018].

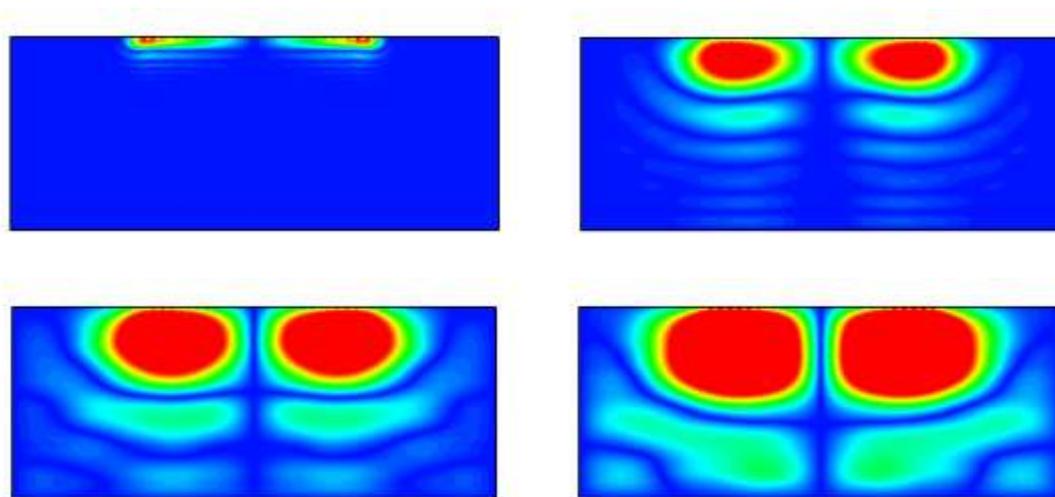


Рисунок 7 – Эволюция зон переориентации молекул в жидкокристаллическом слое

Программа апробирована в серии расчетов на высокопроизводительном сервере Flagman с графическими вычислителями Tesla C2050 Института вычислительного моделирования СО РАН. На рис. 7 представлены результаты расчетов мгновенного нагружения слоя жидкого кристалла 5СБ линейно распределенным вдоль части верхней

границы касательным напряжением. Такое нагружение имитирует воздействие нагреваемой обкладки из металлического материала с высоким коэффициентом теплового расширения. В начальный момент времени кристалл находится в ненапряженном состоянии при постоянной температуре с горизонтальной ориентацией молекул, которая в силу граничных условий остается неизменной на границах слоя. Судя по рисункам, начиная с крайних точек области действия касательного напряжения, со временем происходит изменение ориентации молекул, что должно приводить к появлению зон затемнения при просвечивании слоя световыми лучами. Но этот эффект обусловлен не непосредственным воздействием теплового потока, а тепловым расширением обкладки. Если коэффициенты теплового расширения обкладки и жидкого кристалла равны между собой, то такая картина не наблюдается, что свидетельствует об отсутствии эффекта ориентационной термоупругости в нематических жидких кристаллах.

3. Освоение новых гибридных высокопроизводительных аппаратных и программных архитектур на основе технологий параллелизма и векторизации; адаптация к ним разработанных вычислительных алгоритмов для решения уравнений Навье–Стокса

В течение двух лет (в 2017 и 2018 гг.) отчетного периода проводились исследования по данному направлению. Цель состояла в оценке эффективности численного решения краевых задач механики сплошных сред на гибридных суперкомпьютерах на примере метода конечных элементов для системы нестационарных уравнений гидродинамики вязкой жидкости. После выполнения планов работ этих лет дальнейшие исследования продолжены не были из-за перехода специалистов – исполнителей в другие проекты для выполнения актуальных задач в рамках государственного задания Института.

Рассматривалась начально-краевая задача для уравнений Навье–Стокса, моделирующая движение вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале. На входной границе задавались скорости потока, на жестких стенках ставилось условие прилипания, на выходной границе использовалось модифицированное граничное условие “do nothing”.

При построении дискретного аналога использовался полулагранжев подход. На первом этапе, рассматривая член, соответствующий лагранжевой производной, как правую часть, на основе конечных элементов Тейлора–Худа был построен устойчивый метод для задачи Стокса. Затем выполнена аппроксимация лагранжевой производной.

В результате на каждом шаге по времени решалась следующая система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\left(\frac{1}{\tau}I + A_h\right) \mathbf{U}_h^k + B_h^T P_h^k = \mathbf{F}_h^k + \frac{1}{\tau} \hat{\mathbf{U}}_h^{k-1} \quad (1)$$

$$B_h \mathbf{U}_h^k = 0, \quad (2)$$

где I – единичная матрица, $A_h \mathbf{U}_h^k$ – дискретизация вязких членов, $B_h \mathbf{U}_h^k$ – дискретизация дивергенции вектора скорости \mathbf{U}_h^k , $B_h^T P_h^k$ – дискретизация градиента давления. Вклад в вектор правой части дает аппроксимация объемных сил и граничного условия “do nothing”, а также $\hat{\mathbf{U}}_h^{k-1}$ дискретизация нелинейного оператора лагранжевой производной.

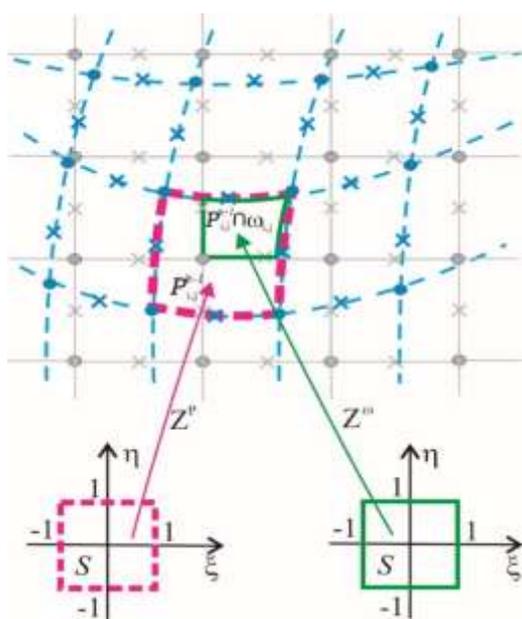


Рисунок 8 – Отображения Z^P и Z^v , использующиеся для аппроксимации интеграла по криволинейному четырехугольнику на предыдущем слое по времени

Разработан новый подход к дискретизации нелинейного оператора лагранжевой производной. В отличие от большинства консервативных полулагранжевых методов, основанных на аппроксимации балансового соотношения между соседними слоями по времени в пространстве L_1 (Mass Conservative semi-Lagrangian Methods), предлагаемый подход является естественным для применения совместно с МКЭ и основан на выполнении локального балансового соотношения между соседними слоями по времени в пространстве L_2 . Для его реализации разработан метод приближенного вычисления интеграла по криволинейным четырехугольникам на предыдущем слое по времени. Метод использует два отображения

единичного квадрата на криволинейные четырехугольники, отдельно для проекции базисной функции МКЭ и, собственно, для приближенного решения. Основная идея метода иллюстрируется на рис. 8. Построенный метод обеспечивает сходимость численного решения в среднеквадратичной норме. В нем нелинейность присутствует только в диагональных членах, что существенно уменьшает количество итераций по нелинейности и позволяет обойтись без специальных приемов линеаризации.

Проведены численные эксперименты, подтверждающие сходимость численного решения (u_h, v_h, p_h) к точному (u_{ex}, v_{ex}, p_{ex}) на модельных задачах с известными точными решениями. Расчеты показали, что предлагаемый подход обладает дробным порядком сходимости выше первого.

Полученная СЛАУ относится к задачам с седловой точкой для симметричной плохо обусловленной матрицы. Это необходимо учитывать при построении алгоритма численного решения. Для решения СЛАУ (1), (2) предложены и реализованы две модификации алгоритма Удзавы. Первая модификация (метод Удзавы – простой итерации) основана на линейном итерационном процессе без явного использования оператора Шура, вторая модификация (метод Удзавы – сопряженных градиентов) для вычисления оператора Шура и его образа использует нелинейный метод сопряженных градиентов.

Перечислим основные положительные черты предложенных алгоритмов решения СЛАУ: 1) на каждом итерационном шаге сначала вычисляется давление без явного использования матрицы Шура $B_h A_h^{-1} B_h^T$, а затем по найденному давлению вычисляется скорость, как результат, скорость удовлетворяет дискретному уравнению неразрывности; 2) методы построены относительно отклонений переменных скорости и давления от искомой седловой точки конечномерной задачи, не требуют предобуславливания и прямого обращения глобальной матрицы жесткости, используют только итерационные процедуры. Таким образом, предложенные алгоритмы эффективно решают задачу о седловой точке с обоснованной сходимостью и оценками скорости сходимости.

В отчетный период проводился анализ возможности совместного использования технологий векторизации и параллелизации программного кода при программной реализации предложенных методов. Вычислительные эксперименты выполнялись на высокопроизводительном сервере ИВМ СО РАН, в состав которого входит сопроцессор Intel® Xeon Phi™ 5110P, имеющий 60 ядер, доступных для вычислений, каждое из которых может поддерживать до 4-х потоков и имеет векторные регистры SIMD (Single Instruction Multiple Data) размерностью 512 бит. Сопроцессор позволяет использовать технологии распараллеливания OpenMP и векторизацию вычислений.

Предлагаемая конечноэлементная реализация не требует сборки и хранения блоков глобальной матрицы системы (большого объема данных). Сборка невязки и процедура произведения матрицы на вектор проводится поэлементно с использованием локальных матриц жесткости, что и является наиболее вычислительно емкой операцией. Существует, по крайней мере, два способа обхода триангуляции при сборке (рис. 9): 1) по элементам (традиционный способ, реализующий наиболее выгодное распределение памяти при

хранении информации о триангуляции); 2) по узлам сетки (требует размещения в памяти дополнительных, в общем случае, нерегулярных структур, отвечающих за хранение информации о триангуляции).



Рисунок 9 – Схема сборки невязки по узлам сетки (слева) и по элементам (справа)

Поэлементная сборка невязки более выгодна при последовательной реализации программы или применении технологии программирования MPI. Поскольку вклад в невязку в узле дают несколько элементов, то при параллельной реализации поэлементной сборки на общей памяти (например, с использованием технологии OpenMP) существуют узлы сетки, которые обрабатываются разными нитями одновременно. Следовательно, в этом случае необходимы дополнительные затраты на синхронизацию нитей, которая занимает до 40% времени выполнения основного цикла. В результате эффективность распараллеливания при поэлементной сборке получается низкой, около 25% при использовании до 60 нитей (одна OpenMP-нить на вычислительное ядро сопроцессора). При поузловой сборке невязки дополнительной синхронизации нитей не требуется, что дает явные преимущества этого подхода. Численные эксперименты показали, что эффективность распараллеливания составляет около 80% при использовании до 60 нитей (одна OpenMP-нить на вычислительное ядро сопроцессора).

Отметим, что из-за особенностей обращения в память при сборке невязки любым способом векторизация кода неэффективна. Для успешного использования векторизации было принято решение отказаться от сборки невязки из локальных матриц жесткости и перейти к хранению глобальной матрицы жесткости. Был реализован и протестирован предложенный метод Удзавы – сопряженных градиентов на основе глобальной матрицы жесткости. Для распараллеливания внешних циклов использовалась технология OpenMP. Внутренние циклы векторизовались с помощью директив оптимизирующего компилятора Си/Си++ от Intel. Вычисления проводились с двойной точностью. Было установлено, что векторизация в этом случае надежно повышает ускорение параллельной программы, что даже при хорошей вычислительной емкости алгоритма увеличение количества потоков

вплоть до 4 на вычислительное ядро сопроцессора дает рост ускорения (до 90 при использовании векторизации) и высокую эффективность.

4. Разработка численных методов решения задач для гибридных систем обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений, построение оценок множеств решений, в том числе для задач управления движением объекта, подверженного неконтролируемой помехе

Информация о точности численных результатов приобретает особенно важное значение в связи с тем, что реализация применяемых математических моделей на суперкомпьютерах большой производительности связана с большим объемом вычислений. При этом на точность моделирования влияют сразу несколько факторов. Оценки численных решений представляют собой оценки множества решений, зависящих от совокупности значений параметров исходной задачи. Надежные оценки помогают создавать и реализовывать эффективные методы численного решения сложных математических моделей природных и технологических процессов на высокопроизводительных ЭВМ.

Можно выделить два подхода численного оценивания множеств решений математических моделей, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями с неточными входными данными задачи, когда известны допускаемые границы данных. Первый подход заключается в многократном решении исходной системы ОДУ с выбором числовых значений входных данных из этих границ. Второй основан на выполнении специальных операций над конкретными наборами геометрических объектов (параллелепипедов, сфер, эллипсоидов), включающих множества решений систем ОДУ, и учитывающими границы неточно заданных значений. Методы, входящие в оба эти направления, сталкиваются с серьезными сложностями, не позволяющими эффективно решать поставленные задачи. В первом случае эти сложности сводятся к чрезмерному увеличению объема операций, во втором случае появляется неустойчивость решений, из-за чего оценки границ сильно растут.

В отчетный период в рамках проекта развиты оригинальные методы, реализующие алгоритмы построения символьных формул решений совместно с оценками характеристик множеств решений. Это позволило существенно улучшить характеристики методов оценивания. В качестве примера рассмотрим задачу:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = u - A \sin(x_1), \quad x_1(0) \in [\underline{x}_1^0, \overline{x}_1^0], \quad x_2(0) \in [\underline{x}_2^0, \overline{x}_2^0], \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

множество решений которой строится путем многократного решения задачи Коши.

На рис. 10 изображены графики оценок множеств решений задачи (3) при $A = 1$, $u \in [-1, 1]$, $\underline{x}_1^0 = \underline{x}_2^0 = \bar{x}_1^0 = \bar{x}_2^0 = 0$, $T = 6$.

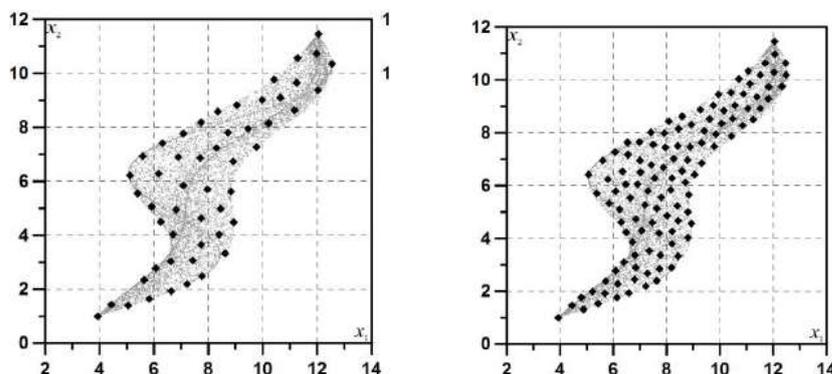


Рисунок 10 – Множества решений системы с варьируемым управлением

На рис. 11 показаны графики оценок множеств решений задачи при значениях $A = 1$, $u = 0$, $\underline{x}_1^0 = -1$, $\bar{x}_1^0 = 1$, $\underline{x}_2^0 = 0$, $\bar{x}_2^0 = 1$.

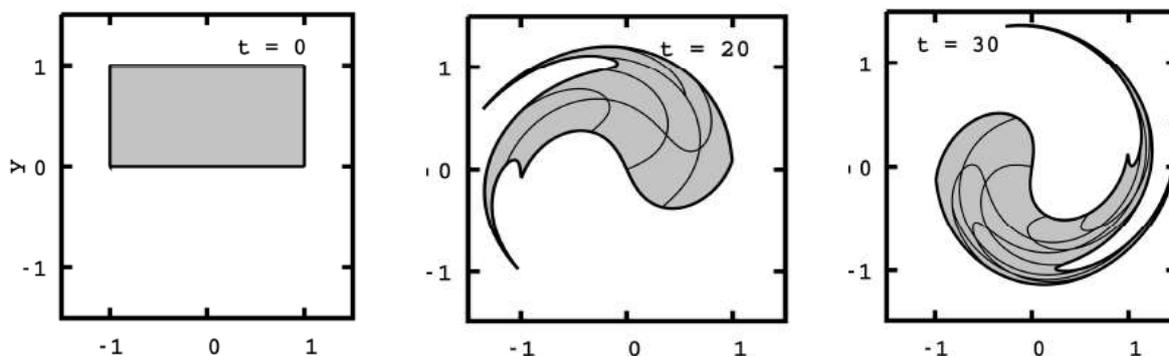


Рисунок 11 – Множества решений системы с варьируемыми начальными данными

Графики построены для параметров системы, выбранных равномерно из заданных областей изменения начальных данных. Расчеты показывают, что оценки границ множеств решений вычисляются с высокой точностью, если число решений системы (3), размерность которой равна двум, достигает величин порядка $10^6 - 10^7$. Для систем большей размерности необходимый объем вычислений многократно возрастает.

На рис. 12 изображены границы оценок множеств решений для уравнений колебаний (рисунок слева) и для уравнения колебаний с управляющим воздействием (по центру и справа). Вычисления выполнены с помощью метода, реализующего специальные операции над наборами геометрических объектов (в данном случае параллелепипедами).

Эти примеры показывают погрешности ранее применявшихся подходов оценки множеств решений.

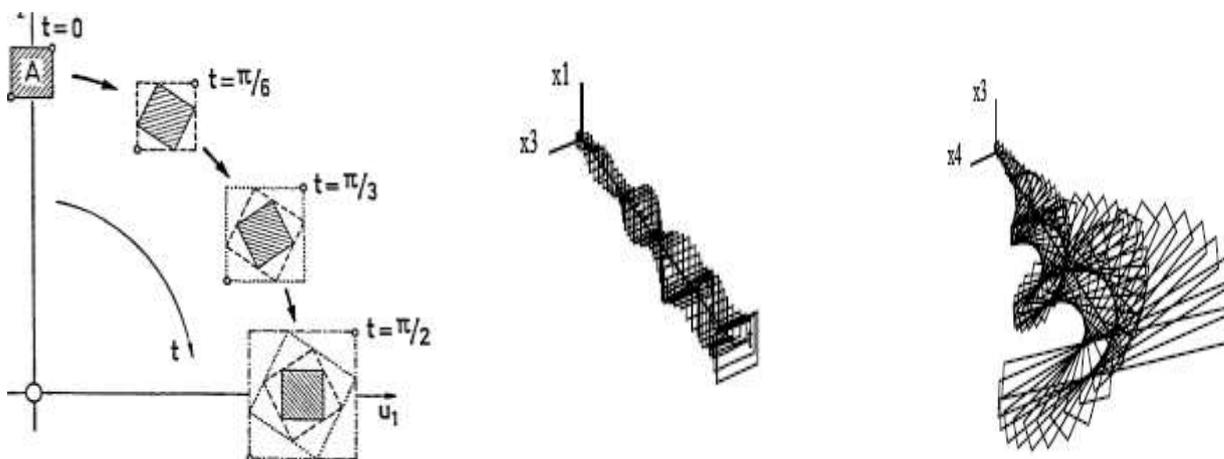


Рисунок 12 – Границы оценок множеств решений уравнения колебаний

С помощью разработанного символьного метода можно получить хорошее соответствие оценок точным границам множеств решений при умеренных вычислительных затратах. На рис. 13 изображены графики оценки множеств решений на интервале времени $[0, 2\pi]$ для уравнения колебаний (слева), и множеств решений уравнения колебаний, в правую часть которого введены управляющие воздействия $u \in [-1, 1]$ на интервале времени $[0, 50]$ (справа).

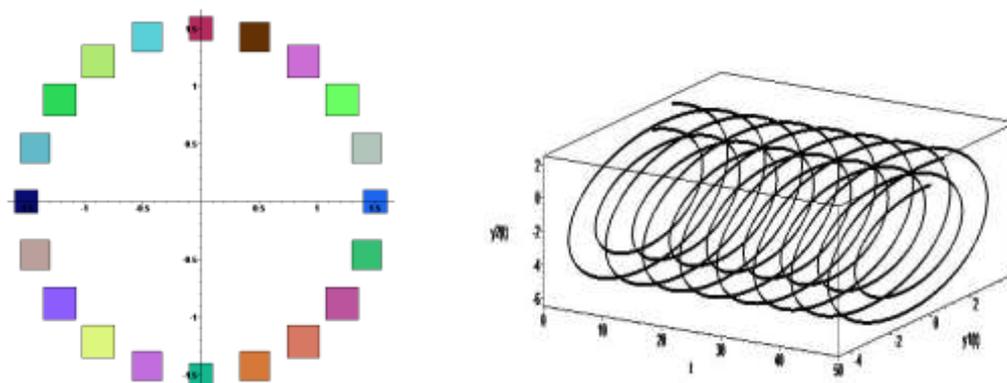


Рисунок 13 – Границы множества решений, полученные символьным методом

В ходе выполнения проекта разработаны методы построения символьных формул с учетом геометрических свойств множеств решений, позволяющие по сравнению с используемыми ранее методами строить более точные оценки множеств решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, u, t), \quad (4)$$

где вектор u задает управляющее или возмущение воздействие на систему.

Модель преобразований и вычислений символьных формул основана на поэтапном статичном хранении информации и преобразовании ее на завершающей стадии метода. Для записи такой формулы в компьютере используются линейные динамические структуры. Связь между этими компонентами определяется посредством задания механизма адресации. Ссылки на адреса различных уровней хранятся в стековой памяти в виде дерева. Генерация кода вычислений по символьной формуле осуществляется в процессе обхода этого дерева, начиная с вершин. С помощью формулы оценки возмущений дифференциальных уравнений Алексеева–Гребнера разработан, обоснован и протестирован новый метод, контролирующий и уточняющий границы областей безопасности математических моделей, в том числе формулируемых в терминах гибридных дифференциально-алгебраических систем. Для системы общего вида (4) формулы Алексеева–Гребнера определяют соотношение между решениями этой системы и «возмущенной» системы с измененными начальными данными:

$$z(t) = y(t) + \int_0^t \frac{\partial y}{\partial y_0}(t_0, t, y_0 + s(z_0 - y_0))(z_0 - y_0) ds + \int_{t_0}^t \frac{\partial y}{\partial y_0}(s, x, z(s)) \cdot g(s, z(s)) ds.$$

Для контроля над поведением реперных точек системы на границах численных оценок разработаны новые алгоритмы, вычисляющие коэффициенты чувствительности. Используется инъективность оператора решения системы ОДУ, переводящего границу области начальных данных в границу множества решений. Обоснован способ выбора опорной точки внутри области начальных данных и набора точек на границе этой области. Решение каждой из задач для полученного набора данных позволяет вычислить реперные точки в пространстве решений. Система ОДУ решается методом Пеано в символьном виде. Область (множество) решений оценивается в линейном приближении на основе сдвига по времени, и поворота – сжатия / растяжения границы в фазовом пространстве.

Методы гарантированного оценивания применялись к вычислению границ зон опасных состояний и пороговых значений параметров сложных систем. Для контроля попадания траектории системы в опасную зону введено понятие предельного отклонения. К задачам оценки предельных отклонений относится, например, задача движения самолета на этапе автоматического захода на посадку, где определяется возможность нарушения ограничений, наложенных на кинематические параметры самолета, в момент касания взлетно-посадочной полосы. Текущие управления самолетом заданы как функции времени, характер их изменения во времени неизвестен, задаются только указанные

геометрические ограничения на их величины. Расчеты с применением символьного метода позволяют выделить область начальных состояний, из которой гарантируется завершение посадки с хорошим показателем качества.

Анализ практической устойчивости совместно с обратным анализом ошибок численных решений применялся также в задаче оценки концентрации напряжений крупногабаритного прецизионного рефлектора параболической зеркальной антенны наземных систем спутниковой связи. Разработанный подход позволил повысить достоверность результатов расчета, что способствовало повышению надежности и безопасности технических объектов.

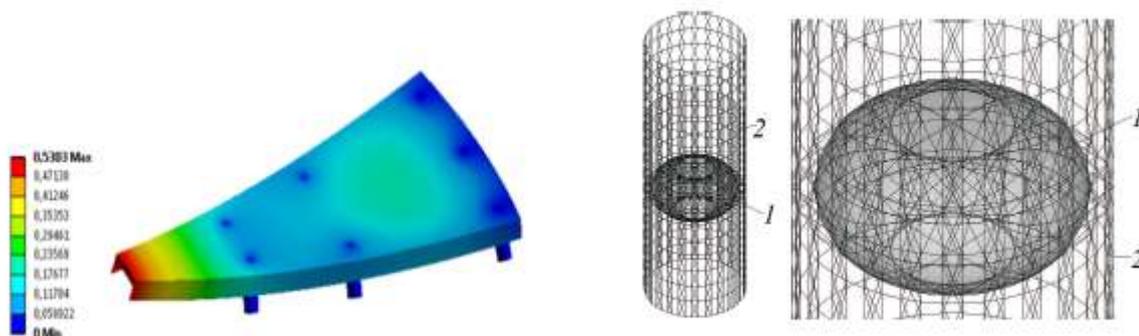


Рисунок 14 – Крупногабаритный прецизионный рефлектор параболической зеркальной антенны наземных систем спутниковой связи (слева), геометрическая модель конструкции бака высокого давления: 1 – бак, 2 – силовая конструкция бака (справа)

При решении прикладных задач исследования силовых конструкций (см. рис. 14) было установлено, что наиболее важным является не асимптотическое поведение решения при измельчении шага конечноразностной или конечноэлементной сетки, а степень близости к точному приближенному решению, полученного на конкретной сетке с заданной величиной шага. Разработанные методы обратного анализа ошибок как раз и позволяют адекватно оценить степень близости, что подтверждают расчеты, выполненные для практических задач.

5. Развитие вычислительных технологий моделирования катастрофических геодинамических природных процессов: анализ триггерных механизмов в рамках концепции барицентра; моделирование распространения трещин сдвига на глубинах сейсмической активности

Предлагаемое усовершенствование подхода к прогнозированию катастрофических геодинамических процессов заключается в том, чтобы привлечь дополнительные

инструментальные данные наблюдений и результаты расчетов для уточнения основных параметров ожидаемого сильного землетрясения путем анализа взаимосвязанных данных, получаемых от космического аппарата GRACE. Исследования изменчивости параметра EWH (Equivalent Water Height) выполнялись в сейсмоактивных регионах сильнейших подводных землетрясений Мирового океана в период времени наблюдения 2004 – 2015 гг., что соответствует времени работы на орбите этой системы спутников. Создан архив спутниковых данных GRACE и разработано соответствующее алгоритмическое и программное обеспечение для геометрического анализа пространственных данных наблюдений, включающее вейвлет- и шпурлет-преобразования изображений на космоснимках. Выполнено сопоставление и дана интерпретация карт-схем областей подготовки катастрофических землетрясений, построенных по пространственному распределению фолшоков, в соответствии с моделью «прогностический клин», и карт-схем аномалий параметра EWH, отображающих «возмущенное состояние геосреды» для очаговых областей изучаемых катастрофических землетрясений, построенных по цифровым картам пространственного распределения этого параметра. Сравнительный анализ показал их соответствие, что позволяет считать параметр EWH основой для расчета геодинамических рисков возникновения разрушительных землетрясений и оценки геоэкологической опасности для прибрежных сейсмоактивных территорий.

Спутниковые измерения GRACE высоты водной поверхности по отношению к контуру геоида позволяют определять отклонение свободной поверхности моря от его среднего уровня по спутниковой трассе. Под геоидом понимается эквипотенциальная поверхность поля силы тяжести, которая соответствует среднему уровню моря в состоянии покоя. Ежемесячные данные, полученные с сайта NASA: ftp://podaac.jpl.nasa.gov/allData/tellus/L3/ocean_mass_eofr/RL05/ascii/, содержат данные об отклонении поверхности Мирового океана от геоида в единицах измерения эквивалентного уровня воды EWH. В научных исследованиях, как правило, параметр EWH используется для анализа динамической топографии океанов и уточнения параметров внешнего гравитационного поля Земли [Wouters B., Bonin J.A., Chambers D.P., Riva R.E.M., Sasgen I., Wahr J. GRACE, time-varying gravity, Earth system dynamics and climate change // Review Article Rep. Prog. Phys. 2014. V. 77. 41 p.]. Рассчитывается EWH на основе гармонических коэффициентов моделей геопотенциала за вычетом коэффициентов средней модели (EIGEN-6C). Это глобальная модель, исходными данными которой являются наземные гравиметрические измерения, лазерные траекторные наблюдения спутников LAGEOS (1985 – 2010 гг.), а также спутниковая информация КС GOCE и

GRACE. Эквивалентный уровень воды находится из отношения поверхностной плотности $\Delta\sigma$ к плотности воды ρ_w : $EWH = \Delta\sigma/\rho_w$.

Орбитальные характеристики GRACE – полярная орбита, расстояние между парой спутников (порядка 200 км), период обращения около полутора часов [Flechtner F., Sneeuw N., Schuh W-D. (Eds.). Observation of the System Earth from Space – CHAMP, GRACE, GOCE and Future Missions. GEOTECHNOLOGIEN. Science Report. 2014. № 20]. В обзорной работе [Wouters B., Bonin J.A., Chambers D.P., Riva R.E.M., Sasgen I., Wahr J. GRACE, time-varying gravity, Earth system dynamics and climate change // Review Article Rep. Prog. Phys. 2014. V. 77. 41 p.] приводятся результаты исследований геофизических процессов, вносящих существенный вклад в гравитационные аномалии, которые регистрируются аппаратурой системы спутников GRACE. Тектонические, сейсмические и вулканические процессы или движение магмы внутри Земли приводят к перераспределению масс. Тектонические процессы достаточно медленные (это годы, десятилетия и больше), а сейсмические и вулканические – более быстрые, но их последствия регистрируются длительные периоды времени. Очевидно, что и глобальные движения земной атмосферы также могут вносить вклад в наблюдаемые гравитационные аномалии. Таким образом, исследуемые природные процессы существенным образом отражаются в измеряемых гравитационных аномалиях.

Цель работы в рамках выполняемого проекта заключалась в выявлении связи напряженно-деформированного состояния геосреды и процессов подготовки ожидаемого сильнейшего сейсмического события на основе данных вариаций параметра EWH и в соответствии с пространственно-временным распределением соответствующих форшоков исследуемого катастрофического землетрясения на основе модели «прогностический клин». В качестве объектов исследования выбраны сильнейшие подводные землетрясения с магнитудами: $M = 9,1$ (26 декабря 2004 г., около о. Суматра); $M = 8,1 - 8,3$ (15 ноября 2006 г. и 13 января 2007 г., в районе о. Симушир); $M = 8,8$ (27 января 2010 г., вблизи побережья Чили, а также повторные землетрясения в этом регионе в 2014 г. и 2015 г.); $M = 9,1$ (11 марта 2011 г., около восточного побережья о. Хонсю); $M = 8,3$ (24 мая 2013 г., недалеко от п-ова Камчатка в Охотском море). На основе спутниковых данных GRACE построены цифровые карты-схемы и трехмерные изображения пространственно-временного распределения параметра EWH с периодом в 30 суток. Также детально изучалась очаговая область сильного землетрясения, произошедшего у побережья Чили 27 февраля 2010 г. По данным сейсмологической службы землетрясение имело магнитуду $M = 8,8$ с координатами гипоцентра $35,91^\circ S$, $72,73^\circ W$ и глубиной 35 км. Отметим, что регион исследования характеризуется частыми сильными подводными землетрясениями.

Выявлено, что гипоцентр землетрясения расположен вблизи оси аномалии, которая ориентирована субмеридионально, на максимальных градиентах параметра EWH. Интерпретация направленности выявленной аномалии связана с геометрией зоны субдукции литосферных плит. При глубинном землетрясении в акватории Охотского моря (май 2013 г.) в районе очаговой зоны также наблюдалась область повышенных значений параметра EWH. Гипоцентр землетрясения располагался на глубине 602 км. На цифровой карте-схеме показано, что аномальная область с повышенными значениями параметра EWH ориентирована в направлении ЮЗ-СВ. Показано также, что гипоцентр землетрясения расположен вблизи оси аномалии на максимальных градиентах параметра EWH. Важно отметить, что в отличие от субдукционных землетрясений, которые имеют выраженную линейную геоструктуру, глубинное событие характеризуется локализованной очаговой областью.

На рис. 15 представлены графики средней информационной энтропии в зависимости от размера очаговой области сильнейших землетрясений (магнитуды $M > 8$) за период с 2003 по 2016 гг. Анализ полученных графиков показывает, что с увеличением размеров очаговой области значение энтропии возрастает, а вблизи эпицентра данный параметр имеет минимальную величину. Таким образом, выполняется термодинамическое правило максимальной энтропии для системы в равновесии.

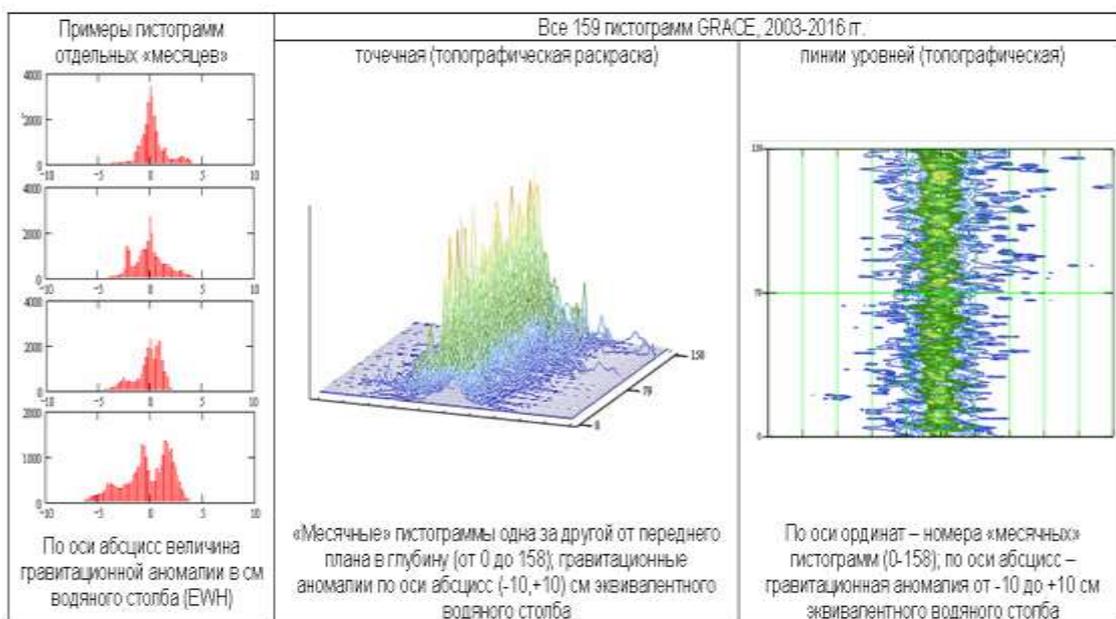


Рисунок 15 – Гистограммы отдельных файлов данных GRACE (OCEAN) и их совокупность за период 2003 – 2016 гг.

Изучались средние значения энтропии для сейсмоактивных районов Дальнего Востока (Курильские острова), Японии, Суматры (Индонезия) и Южной Америки (Перу, Чили) в зависимости от размеров соответствующей очаговой области. На рис. 16 можно видеть, что распределения имеют свои особенности для различных геофизических событий, например, для Суматры в 2004 и 2012 гг., а также для Чили в 2014 г. Эти особенности показывают, что прямая статистическая связь между гравитационными аномалиями, наблюдаемыми космической системой GRACE, и геодинамическими эффектами в процессе подготовки сильных землетрясений не так очевидна, как при сопоставлении с геодинамическими характеристиками. Роль отдельных геофизических факторов, которые вносят вклад в наблюдаемые гравитационные аномалии в процессе подготовки сильных землетрясений, еще предстоит выяснить.

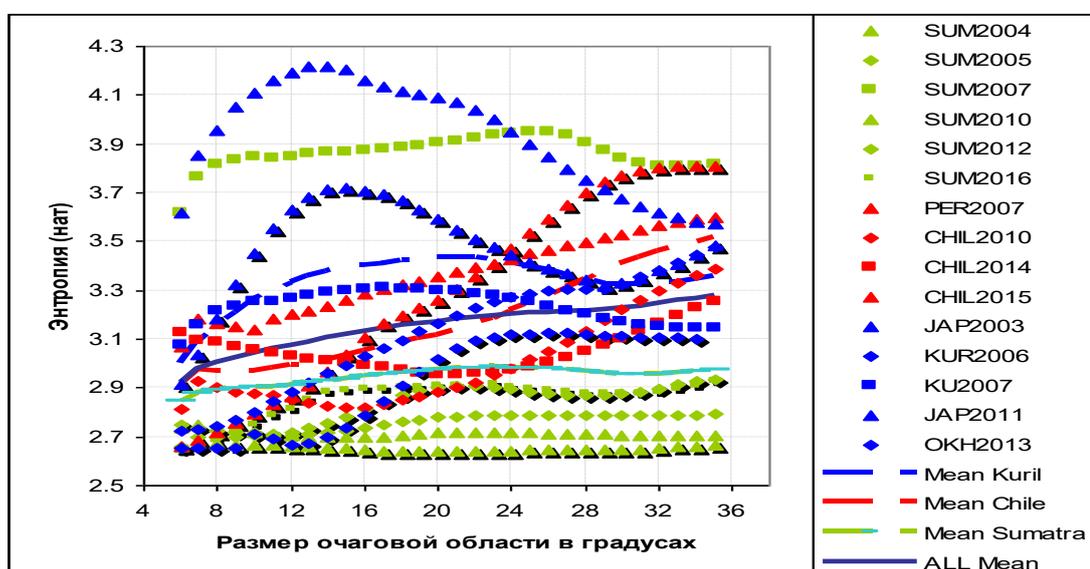


Рисунок 16 – Зависимость информационной энтропии от размера очаговой области в градусах (широты/долготы) и от эпицентра сильнейших землетрясений ($M > 8$) за 2003 – 2016 гг.

Статистическая обработка глобальной изменчивости гравитационного поля Земли за 2003 – 2016 гг. по данным GRACE показывает, что эта изменчивость имеет случайный характер с дифференциальным распределением вероятности, близким к форме Коши (Лоренца). Это означает, что в спутниковых данных отсутствует значимая систематическая ошибка. Источники изменчивости гравитационного поля над океанами на масштабе 10-летия имеют термодинамический, основанный на случайности, характер. При исследовании доминирующих природных процессов не наблюдается устойчивого тренда. В нашем исследовании не выявлена корреляция между глобальной изменчивостью

гравитационного поля и глобальной сейсмичностью Земли в масштабе 10-летнего периода наблюдений. Это означает, что сильнейшие землетрясения случаются в результате квазилокальных геодинамических процессов.

Предложен новый подход для разработки модели триггерных механизмов в рамках концепции барицентра, который основан на результатах интерпретации данных геомониторинга катастрофических геодинамических явлений сейсмической природы. На первом этапе этих исследований целесообразно было расширить возможности использования данных спутниковой системы GRACE для анализа глобальных климатических и геодинамических изменений на Земле. В связи с этим изучены новые данные системы GRACE-FO в едином временном ряду с данными предыдущей миссии GRACE после их недавней доработки командами разработчиков.

Также для анализа глобальных временных изменений функции распределения параметра EWN было решено использовать гистограммный подход. Используя гистограммы, определяем среднее значение параметра EWN, а также другие статистические значения (дисперсия, мода, медиана и т.д.). На основе интегральных характеристик гравитационного возмущения, как кумулятивного эквивалента перемещенной массы (области: Океан, Земля), анализируются временные зависимости.

Кумулятивное эквивалентное смещение массы («Масса») определяет общее количество эквивалентной массы воды в каждом временном интервале.

$$\text{Mass} \approx \sum_{\theta=-90}^{90} \sum_{\varphi=0}^{360} |\text{EWN}(\theta, \varphi)| \cdot R^2 \sin\left(\frac{\pi}{180} \theta\right) \cdot \Delta\varphi \cdot \Delta\theta,$$

где $|\text{EWN}(\theta, \varphi)|$ – модуль гравитационной аномалии, зависящий от широты (θ) и долготы (φ), R – радиус Земли, $\Delta\theta = \Delta\varphi = \pi / 180$. Величина – гравитационной аномалии EWN измеряется в метрах, и, следовательно, результирующее значение «Масса» измеряется в тоннах. Оно может быть равнозначно определено с использованием гистограммы как аналог функции распределения величины гравитационных аномалий.

Собранный материал первой миссии GRACE представляет собой интересный предмет для статистических исследований. Анализ гистограмм позволил определить функцию распределения вероятностей для гравитационных аномалий, созданных перераспределением массы на Земле. Было показано, что гистограмма, то есть функция плотности распределения по величине гравитационной аномалии, симметрична и близка к экспоненциальной с особенностями на хвостах распределения. Для этого вида большие значения распределения аномалий (положительные и отрицательные) имеют низкую вероятность. Анализ пространственного распределения аномалий позволил выделить 9 географических регионов Мирового океана с наиболее сильными гравитационными

аномалиями и максимальной гравитационной изменчивостью. Поскольку гравитационные аномалии являются отражением процессов перераспределения массы на Земле, а в данном случае – в океанах, для оценки взаимосвязи целесообразно использовать корреляционный анализ. Матрицы, сформированные на основе коэффициентов корреляции Пирсона для временных рядов рассматриваемых областей, позволили выявить сильные положительные и отрицательные корреляции, а также отсутствие связи. Для сравнительного анализа данных наблюдений GRACE и GRACE-FO (новая миссия) проведена совместная обработка соответствующих данных уровня L3. Данные наблюдений GRACE-FO были получены с веб-сайта: https://podaac-tools.jpl.nasa.gov/drive/files/allData/gracefo/L3/ocean_mass/RL06/v03/CSR. Следует отметить, что доступные измерения GRACE находились на уровне L5. В связи с этим возникла необходимость оценить полученные распределения, а также возможность использования ранее разработанной методики для новых данных миссии GRACE-FO.

Экспериментальные данные GRACE (2002 – 2017 гг.), GRACE-FO (2018 – 2030 гг.) воспроизводятся парой спутников, расположенных на расстоянии ~ 200 км друг от друга на полярной орбите на высоте ~ 400 км. Данные включают в себя пространственное положение каждого спутника относительно Земли, их взаимные расстояния и абсолютные (собственные) ускорения. Для корректного сравнения старых и новых данных необходимо проанализировать данные уровня L3. Для оценки были построены соответствующие гистограммы гравитационных аномалий в логарифмических координатах (рис. 17), где по оси абсцисс указано значение гравитационных аномалий (в метрах).

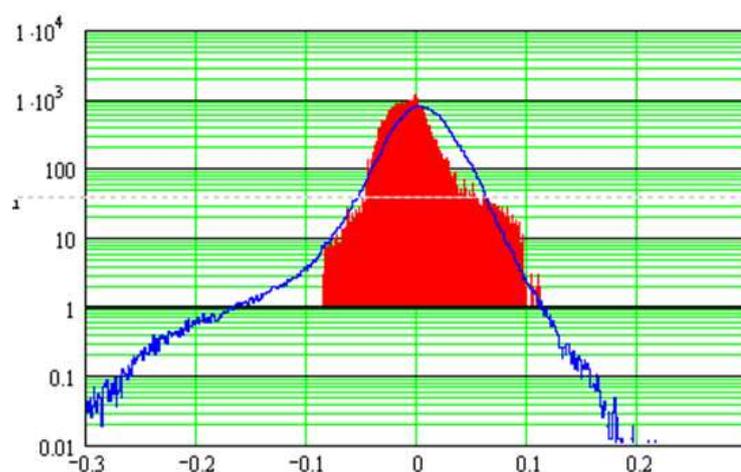


Рисунок 17 – Средняя гистограмма для данных GRACE-FO (синий) и гистограмма для данных GRACE (красный)

Накоплен большой массив данных GRACE за период с 2002 по 2017 гг. и GRACE-FO – с 2018 г. по настоящее время. Данная информация является актуальной и вносит существенный вклад в изучение глобального гравитационного поля Земли, геодинамических процессов и природных катастроф. Так, анализ данных GRACE позволяет выявить новые качественные и количественные изменения в очаговых областях сильнейших землетрясений в период сейсмической активности.

При обосновании построенной модели триггерного механизма нами использовались хорошо изученные данные измерений GRACE. И в качестве примера изучалась очаговая область процесса подготовки катастрофического чилийского землетрясения с магнитудой $M_w = 8,8$ в сравнении с последующими сильнейшими землетрясениями в Южноамериканском регионе в 2014 и 2015 гг. Построены цифровые карты изменения параметра EWH над контуром геоида в исследуемом сейсмоактивном районе этих чилийских землетрясений.

Было показано, что существует отрицательная корреляция между величиной геодинамического параметра H для сильного землетрясения с $M_w = 8,8$, где H – расстояние от гипоцентра до положения барицентра Земля – Луна, и эквивалентной высотой воды над геоидом EWH . Наибольший коэффициент корреляции между рядами значений EWH и H в период с января 2010 г. по январь 2011 г. равен $R = -0,61$. В этот временной промежуток наблюдается максимальное количество пост-сейсмических явлений в регионе Центрального Чили (рис. 18).

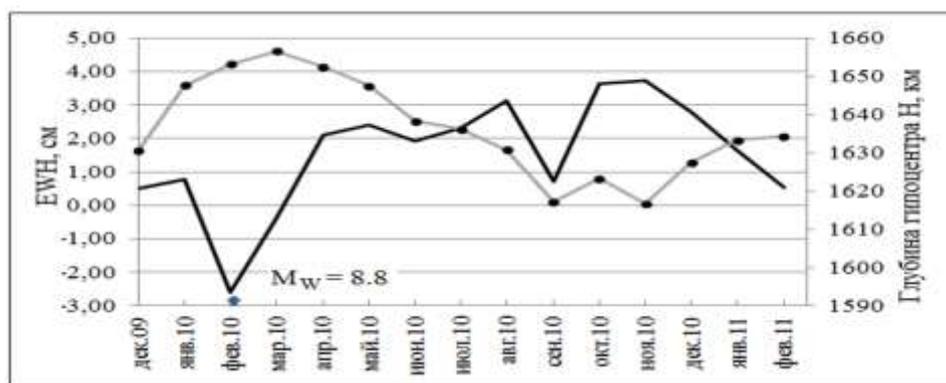


Рисунок 18 – Вариации параметров EWH и H в эпицентральной области чилийского землетрясения 2010 г.

Наибольший коэффициент корреляции между рядами параметров H и EWH, равный $R = -0,61$, отмечен в период регистрации максимального количества постсейсмических явлений в регионе Центрального Чили. Также обнаружена

отрицательная аномалия параметра EWH, которая наблюдалась в феврале 2010 г. к западу от эпицентра и ориентирована в направлении NE-SW. Аналогичные аномалии наблюдались и для последующих сильных землетрясений в 2014 и 2015 гг. Полагаем, что образование аномальной области связано с геодинамическими процессами подготовки этих сильнейших землетрясений в соответствующие периоды времени наблюдений.

В ходе дальнейших исследований планируется в рамках концепции барицентра изучить представительный класс сильнейших землетрясений для детального анализа особенностей взаимной изменчивости параметров EWH и H, а также связь их с геодинамическими процессами.

В этом же направлении исследований был разработан способ решения прямой задачи на основе построения аппроксимационных функций по данным наблюдений системы геомониторинга процесса подготовки цунамигенного землетрясения (модель «прогностический клин»), который позволяет оценить время возникновения, интенсивность и местоположение ожидаемого события. Оценка параметров источника производится на основе анализа данных о форшоковой активности выделенной области подготовки сильного цунамигенного землетрясения и построения аппроксимационной модели «прогностический клин» с применением разработанного алгоритма выполнения быстрой нелинейной регрессии. В результате специальной обработки данных наблюдений выделяется местоположение источника вероятного цунами и оцениваются по известным соотношениям его основные характеристики: начальная высота и размеры области возмущения.

В качестве примера ниже приведены результаты анализа пространственно-временного распределения форшоковой последовательности (в период 2003 – 2004 гг.) в очаговой области землетрясения 26 декабря 2004 г. в районе Суматры (рис. 19). По диаграмме развития форшокового процесса в координатах «магнитуда–время» для сейсмических событий выделяется прогностический клин для оценки основных параметров ожидаемого сильного землетрясения и вероятного цунами (рис. 20).

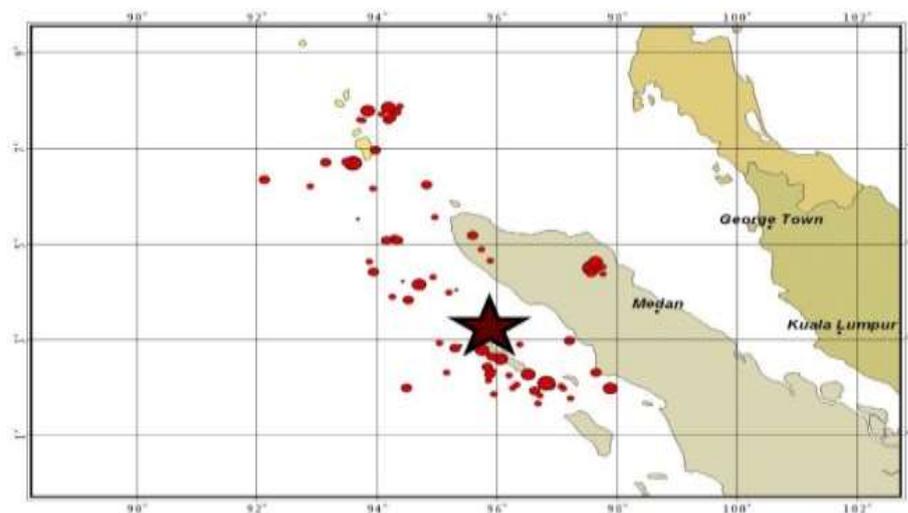


Рисунок 19 – Область подготовки землетрясения 26 декабря 2004 г.; звездой обозначен эпицентр основного землетрясения, красным показаны его форшоки

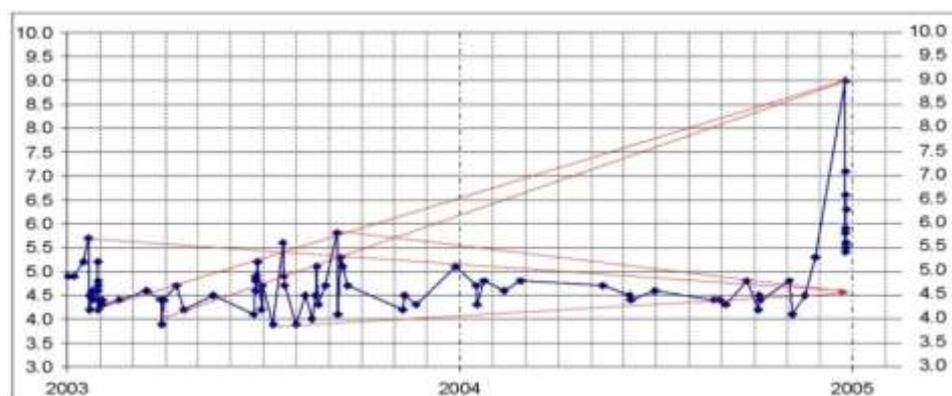


Рисунок 20 – Выделение «прогностического клина» по форшоковой последовательности ожидаемого катастрофического цунамигенного землетрясения ($M = 9,0$)

Таким образом, если имеется оперативная информация о форшоковом процессе в форме зависимости магнитуды слабых и сильных сейсмических событий от времени в прогностической области, которая включает сейсмический очаг сильного подводного землетрясения, то существует возможность оценки степени цунамигенности ожидаемого землетрясения. Время возникновения, магнитуда и параметры сейсмического очага цунамигенного землетрясения позволяют оценить время, интенсивность и параметры источника цунами.

Разработана вычислительная методика для решения обратной задачи геомониторинга катастрофических геодинамических природных процессов на основе численного анализа расчетных и натуральных данных изучаемого явления. Решение обратной задачи по оценке местоположения источников цунами, возникающих от сильнейших подводных землетрясений в Тихом океане, также основывается на

разработанных алгоритмах нелинейной регрессии и спектральной декомпозиции записей цунами, которые регистрируются глубоководными гидрофизическими датчиками.

Для оценки местоположения источника реального цунами используются расчетные мареограммы, полученные в результате численного моделирования распространения цунами от ряда модельных (эталонных) источников. Для обеспечения процедуры решения обратной задачи фиксируется местоположение ряда мареографных пунктов, для которых имеются записи цунами. Для каждого пункта наблюдения также имеется набор расчетных мареограмм цунами от каждого из модельных источников, полученных в рамках применения разработанной вычислительной технологии моделирования процесса распространения цунами.

С помощью регрессионного анализа расчетных и натуральных данных оценивается местоположение реального источника относительно указанных модельных (эталонных) источников, т.е. выполняется сравнительный численный анализ расчетных и натурной мареограмм для каждого мареографного пункта и соответствующего набора модельных источников. Таким образом, разработана методика для оперативного решения задачи восстановления данных о параметрах источника цунами на основе нелинейного регрессионного анализа соответствующих расчетных и натуральных данных.

Следует отметить, что надежность своевременного и достоверного прогноза опасности цунамигенных землетрясений и цунами определяется не только выявленными закономерностями структуры энергетических процессов в очаговой зоне, но и надежностью исходных данных наблюдений геомониторинга изучаемых природных процессов. Поскольку для сейсмоактивных и цунамигенных регионов мирового океана к настоящему времени накоплена обширная информация об особенностях проявления цунамигенных землетрясений и цунами, а современные сейсмологические сети глобального геомониторинга позволяют оперативно контролировать геодинамическую ситуацию в этих регионах, то изложенные принципы оценки параметров ожидаемых цунамигенных землетрясений и источников вероятных цунами могут быть реализованы с учетом региональных особенностей.

Отдельное направление в рамках проекта связано с анализом веерного механизма, имитирующего движение трещин сдвига в Земной коре на больших глубинах со сверхсейсмическими скоростями, превышающими скорость поперечных волн в горной породе. Исследования проводились с помощью прямого численного моделирования на суперкомпьютерах кластерной архитектуры и подробно описаны в отчете за 2018 год. Результаты отражены в публикациях [Tarasov V.G., Guzev M.A., Sadovskii V.M., Cassidy M.J. Modelling the mechanical structure of extreme shear ruptures with friction approaching

zero generated in brittle materials // International Journal of Fracture. 2017. V. 207, Iss. 1. P. 87–97], [Tarasov B.G., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Cassidy M.J., Randolph M.F. Modelling the static stress-strain state around the fan-structure in the shear rupture head // Applied Mathematical Modelling. 2018. V. 57. P. 268–279], [Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Supercomputing analysis of fan-shaped waves in the Earth's crust at the depths of seismic activity // Materials Physics and Mechanics. 2019. V. 42, Iss. 3. P. 330–339].

К анализу процесса страгивания веера между двумя протяженными упругими блоками под действием статической системы касательных напряжений в блоках, представляющих собой триггерный механизм, была применена параллельная вычислительная технология для расчета волновых движений блочной среды с податливыми прослойками на основе неявных разностных схем. Анализ статического решения показал, что сформировавшаяся под действием природных или техногенных процессов веерная структура с высотой домино-пластин около 0,1 м существенно меняет гидростатическое напряженное состояние в окружающей горной породе на расстояние порядка длины веера, составляющее десятки метров, в направлении трещины сдвига и на расстояние 5 – 10 м в поперечном направлении. Таким образом, при прямом численном моделировании протекающих динамических процессов размеры каждого из двух взаимодействующих блоков должны быть как минимум 5 м × 50 м, а шаг квадратной разностной сетки – примерно 0,01 м, что на порядок меньше высоты пластин. В итоге получается вычислительно сложная задача, требующая ресурсов оперативной памяти и времени счета, характерного для суперкомпьютера средней производительности кластерной или гибридной архитектуры. При решении этой задачи применялась технология распараллеливания вычислений на основе декомпозиции области. Блоки, взаимодействующие между собой через веер, были разделены по числу используемых вычислительных узлов кластера на дополнительные блоки, которые рассчитывались отдельными узлами с необходимыми обменов данными по границам раздела. Использовался авторский программный код.

Расчеты показали, что скорость веера слабо зависит от времени, в течение которого нарастает касательное напряжение в блоках горной породы (так моделируется внешнее геодинамическое воздействие). Как оказалось, для полного анализа движения веерной системы на большие расстояния порядка километра под действием статической системы касательных напряжений необходимо перейти к стационарной модели бегущего веера. Использование динамической модели для расчета задачи на времена порядка часов или даже минут потребовало бы экстремально больших вычислительных ресурсов, которыми обладают в настоящее время только самые крупные в мире суперкомпьютерные центры.

Тем не менее, по результатам проведенных расчетов было показано, что в случае интенсивных воздействий скорости веера, превышающие скорость поперечных волн в горной породе, возможны даже на небольших временных интервалах.

6. Развитие дискретно-непрерывной модели движения людей: разработка эффективных алгоритмов расчета поля расстояний и их адаптация к современным высокопроизводительным программным архитектурам

Проводились работы по развитию дискретно-непрерывной модели пешеходного движения и ее исследованию. Модели пешеходного движения используются в решении широкого круга задач безопасности для определения времени эвакуации, времени скопления, построения «тепловых» карт для определения «узких» мест в зданиях и на прилегающей территории.

Исследования были посвящены анализу устойчивости модели к входным данным по начальной скорости и связи, описывающей зависимость скорости от текущей плотности в направлении движения. Были проведены исследования и определена стохастическая устойчивость результатов моделирования (поскольку в модель заложены элементы стохастичности). В ходе исследований было установлено, что модель хорошо воспроизводит референсные зависимости скорости от плотности в случае близких начальных условий (рис. 21). Для получения результатов моделирования параметры, отвечающие за динамику модели, были предварительно настроены так, чтобы минимизировать их влияние на результат (условия получения референсных данных были примерно известны).

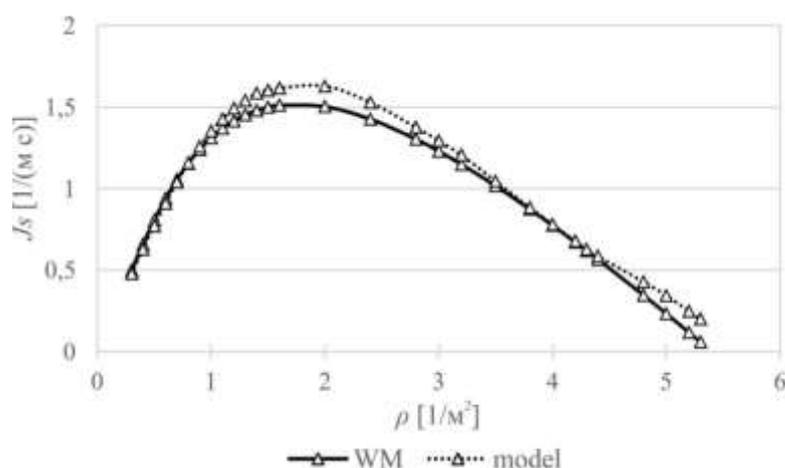


Рисунок 21 – Модельная кривая удельного потока (model) и данные Weidmann (WM)

Для расчетных областей произвольной формы было уставлено, что параметры значимо влияют на динамику модели локально и результат (время эвакуации) в целом. Во время движения человек пользуется двумя основными стратегиями – кратчайшего пути и кратчайшего времени, которые могут быть реализованы и совместно в зависимости от текущей ситуации. Эти параметры могут быть подобраны, чтобы в среднем давать приемлемые результаты. Но универсальным подходом является представление параметров модели как функций от времени и пространства, для автоматической подстройки под текущую ситуацию «здесь и сейчас». В этом направлении были проведены исследования и обнаружено, что еще и фактор масштаба M расчетной области должен определять текущее значение параметров. Таким образом, параметры модели есть функции от масштаба, текущей позиции (определяемой полем расстояний S) и текущей плотности d : $k_W = f_1(M, S, d)$ и $k_P = f_2(M, S, d)$.

Вычислительная сложность задачи моделирования пешеходного движения высока, параллельная реализация расчета является необходимой. Реализована пространственная декомпозиция по числу этажей с использованием MPI (MPICH2 [MPICH | High-Performance Portable MPI. URL: <http://www.mpich.org/>]) для платформы Windows. При расчете процессы используют коллективные взаимодействия и коммуникации «точка-точка» для обмена между собой положениями людей и другими данными. Передача положений производится один раз на каждом временном шаге. После этого результаты расчета (траектории движения людей и статистические данные) собираются на нулевом процессе, объединяются и сохраняются на диск. При расчете эвакуации из многоэтажных зданий в основном работает крупноблочное распараллеливание, а количество нитей ограничено одной-двумя на процесс из-за нехватки ядер; при расчете одного этажа, напротив, количество нитей соответствует количеству процессорных ядер. Перед началом моделирования процессами полностью независимо друг от друга производится построение полей расстояний. Параллельная эффективность при выполнении этой существенной вычислительноемкой операции может достигать единицы. Учитывая, что без декомпозиции по пространству некоторые расчетные конфигурации просто не поместились бы в память одного 32-разрядного процесса, можно считать эффективность крупноблочного распараллеливания высокой.

Известно, что существует зависимость текущей скорости человека от локальной плотности. Для каждого человека необходимо на каждом расчетном шаге давать оценку плотности в направлении движения. Были рассмотрены различные подходы (аналитический, Монте–Карло, оценка Розенблата–Парзена, сеточный), которые значимо отличаются количеством вычислительных операций при сравнимом качестве.

Аналитический метод является самым быстрым при однородной форме проекции частиц. Исследования показали, что существенное влияние на качество моделирования оказывает оценивание плотности при моделировании движения в диапазоне средних и выше средних плотностей (примерно 1,5-3,5 чел./м²). Для малых плотностей, когда связь скорости и плотности отсутствует или мала, качество оценки плотности не влияет на результат, и можно использовать самый быстрый способ. В диапазоне высоких плотностей начинает оказывать значимое влияние максимальная допустимая плотность ρ_{max} [чел./м²]. Если предельные возможности модели согласованы с референсными данными, то результаты согласованы (рис. 22 а) – $\rho_{max} = 6,25$ чел./м²); если нет, то правая часть графиков расходится (рис. 22 б), и в этом случае необходимо изучение механизма реализации референсной кривой для последующего отражения в модели.

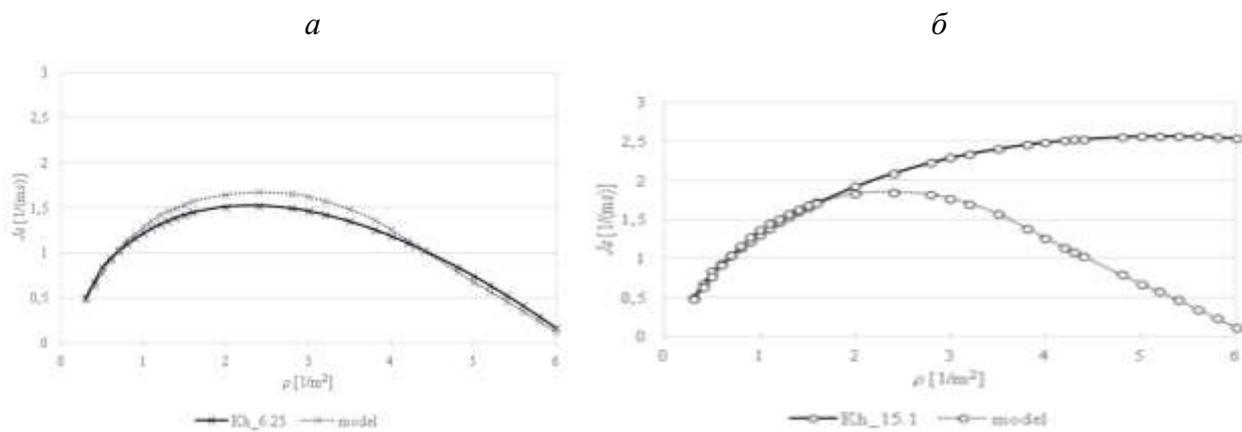


Рисунок 22 – а) модельная кривая удельного потока (model) ($\rho_{max} = 6,25$ чел./м²),
 референсные данные (Kh_6,25) ($\rho_{max} = 6,25$ чел./м²);
 б) модельная кривая удельного потока (model) ($\rho_{max} = 6,25$ чел./м²),
 референсные данные (Kh_15,1) ($\rho_{max} = 15,1$ чел./м²)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За период 2017 – 2020 гг. выполнен полный цикл исследований, запланированных по данному проекту. В ходе его выполнения получены результаты, приоритет которых подтверждается рейтинговыми публикациями коллектива исполнителей проекта в ведущих Российских и зарубежных научных журналах. Разработанные программные коды для решения прикладных задач на высокопроизводительных вычислительных системах (кластерах, графических сопроцессорах и суперкомпьютерах гибридной архитектуры) прошли государственную регистрацию в Роспатенте, получив соответствующие сертификаты.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Научные публикации 2020 года в журналах, индексируемых в российских и международных информационно-аналитических системах научного цитирования

1. Садовский В.М. О термодинамической согласованности и математической корректности в теории упругопластических, сыпучих и пористых сред // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2020. – Т. 60, № 4. – С. 738–751. DOI: 10.31857/S0044466920040158
2. Sadovskii V.M. Thermodynamic consistency and mathematical well-posedness in the theory of elastoplastic, granular, and porous materials // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2020. – V. 60, Iss. 4. – P. 723–736. DOI: 10.1134/S0965542520040156
3. Sadovskii V.M., Guzev M.A., Sadovskaya O.V., Qi Ch. Modeling of plastic deformation based on the theory of an orthotropic Cosserat continuum // Physical Mesomechanics. – 2020. – V. 23, Iss. 3. – P. 223–230. DOI: 10.1134/S1029959920030066
4. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Efimov E.A. Finite difference schemes for modelling the propagation of axisymmetric elastic longitudinal waves // Journal of Siberian Federal University: Mathematics & Physics. – 2020. – V. 13, Iss. 5. – P. 644–654. DOI: 10.17516/1997-1397-2020-13-5-644-654
5. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Supercomputer Modeling of Wave Propagation in Blocky Media Accounting Fractures of Interlayers. In: Nonlinear Wave Dynamics of Materials and Structures (Eds.: Altenbach H., Eremeyev V.A., Pavlov I.S., Porubov A.V.). Ser.: Advanced Structured Materials. – V. 122. – Cham: Springer, 2020. – P. 379–398. DOI: 10.1007/978-3-030-38708-2_22
6. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Variational Inequalities in the Dynamics of Elastic-Plastic Media: Thermodynamic Consistency, Mathematical Correctness, Numerical Implementation. In: Continuum Mechanics, Applied Mathematics and Scientific Computing: Godunov's Legacy. A liber Amicorum to Professor Godunov (Eds.: Demidenko G.V., Romenski E., Toro E., Dumbser M.). – Cham: Springer, 2020. – P. 329–335. DOI: 10.1007/978-3-030-38870-6_43
7. Guzev M.A., Sadovskii V.M., Qi Ch. Inhomogeneous Distribution of Thermal Characteristics in Harmonic Crystal. In: Advanced Problems in Mechanics (Eds.: D. Indeitsev, A. Krivtsov). APM 2019. Ser.: Lecture Notes in Mechanical Engineering. – Cham: Springer, 2020. – P. 124–138. DOI: 10.1007/978-3-030-49882-5_13

8. Petrakov I.E., Sadovskii V.M. Mathematical modeling of plane stress state of a multilayer fibrous composite, differently resistant to tension and compression // AIP Conference Proceedings. – 2020. – V. 2302, Iss. 1. – Art. 090003. DOI: 10.1063/5.0034278
9. Smolekho I.V., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Kireev I.V. Accounting for singularities of the electric field acting on a liquid crystal // AIP Conference Proceedings. – 2020. – V. 2302, Iss. 1. – Art. 090004. DOI: 10.1063/5.0033515
10. Efimov E.A., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Mathematical modeling of the impact of a pulse seismic source on geological media // AIP Conference Proceedings. – 2020. – V. 2302, Iss. 1. – Art. 120002. DOI: 10.1063/5.0033576
11. Varygina M. Numerical modeling of elastic waves in micropolar plates and shells taking into account inertial characteristics // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2020. – V. 32, Iss. 3. – P. 761–774. DOI: 10.1007/s00161-018-0725-8
12. Varygina M. Numerical modeling of wave processes in block medium with fractured interlayers // AIP Conference Proceedings. – 2020. – V. 2293, Iss. 1. – Art. 420055. DOI: 10.1063/5.0027742
13. Varygina M.P. Numerical modeling of wave propagation in multilayered micropolar cylinder shells // AIP Conference Proceedings. – 2020. – V. 2302, Iss. 1. – Art. 090005. DOI: 10.1063/5.0033510
14. Киреев И.В. Ортогональные проекторы и системы линейных алгебраических уравнений // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2020. – Т. 23, № 3. – С. 315–324. DOI: 10.15372/SJNM20200306
15. Kireev I.V. Orthogonal projectors and systems of linear algebraic equations // Numerical Analysis and Applications. – 2020. – V. 13, Iss. 3. – P. 262–270. DOI: 10.1134/S1995423920030064
16. Левыкин А.И., Новиков А.Е., Новиков Е.А. (m, k) -схемы решения дифференциально-алгебраических и жестких систем // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2020. – Т. 23, № 1. – С. 39–51. DOI: 10.15372/SJNM20200103
17. Levykin A.I., Novikov A.E., Novikov E.A. Schemes of (m, k) -type for solving differential-algebraic and stiff systems // Numerical Analysis and Applications. – 2020. – V. 13, Iss. 1. – P. 34–44. DOI: 10.1134/S1995423920010036
18. Rogalev A.N. Set of Solutions of Ordinary Differential Equations in Stability Problems. In: Continuum Mechanics, Applied Mathematics and Scientific Computing: Godunov's Legacy. A liber Amicorum to Professor Godunov (Eds.: Demidenko G.V., Romenski E., Toro E., Dumbser M.). – Cham: Springer, 2020. – P. 307–312. DOI: 10.1007/978-3-030-38870-6_40

19. Rogalev A.N., Rogalev A.A. Estimates of the accuracy of numerical solutions using regularization // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – V. 1441. – Art. 012165. DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012165
20. Rogalev A.N., Rogalev A.A., Feodorova N.A. Malfunction analysis and safety of mathematical models of technical systems // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – V. 1515. – Art. 022064. DOI: 10.1088/1742-6596/1515/2/022064
21. Миронов В.А., Перетокин С.А., Симонов К.В. Обзор программных средств ВАСО на основе метода Монте–Карло // *Информатизация и связь*. – 2020. – № 2. – С. 14–24. DOI: 10.34219/2078-8320-2020-11-2-14-24
22. Мацулев А.Н., Симонов К.В. Интерпретация данных системы GRACE для решения задач геодинимического мониторинга // *Информатизация и связь*. – 2020. – № 2. – С. 67–72. DOI: 10.34219/2078-8320-2020-11-2-67-72
23. Мацулев А.Н., Симонов К.В. Сравнительный анализ и интерпретация данных GRACE и GRACE-FO // *Информатизация и связь*. – 2020. – № 4. – С. 101–106. DOI: 10.34219/2078-8320-2020-11-4-101-106
24. Kashkin V., Sverdlik L., Odintsov R., Rubleva T., Simonov K., Romanov A., Imashev S. Features of atmospheric disturbances in temperate latitudes before strong earthquakes ($M > 7$) according to satellite measurements // *E3S Web of Conferences*. – 2020. – V. 149. – Art. 03011. DOI: 10.1051/e3sconf/202014903011
25. Kashkin V., Odintsov R., Rubleva T., Simonov K., Tsup Ju. Atmospheric reaction to the manifestations of the geodynamic activity of the Sulawes phenomenon according to satellite data // *E3S Web of Conferences*. – 2020. – V. 149. – Art. 03012. DOI: 10.1051/e3sconf/202014903012
26. Kirik E., Vitova T., Malyshev A., Popel E. A Conjunction of the Discrete-Continuous Pedestrian Dynamics Model SigmaEva with Fundamental Diagrams. In: *Parallel Processing and Applied Mathematics* (Eds.: Wyrzykowski R., Deelman E., Dongarra J., Karczewski K.). Ser.: *Lecture Notes in Computer Science*. – V. 12044. – Cham: Springer, 2020. – P. 457–466. DOI: 10.1007/978-3-030-43222-5_40
27. Кирик Е.С., Витова Т.Б. Анализ данных натуральных экспериментов пешеходного движения в прямом коридоре и их применение для тестирования программ на примере ПО «Сигма ПБ» // *Пожарная безопасность*. – 2020. – № 1. – С. 51–62. DOI: 10.37657/vniipro.2020.98.1.006

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Основные публикации 2017 – 2019 гг. в журналах, индексируемых в российских и международных информационно-аналитических системах научного цитирования

2017 г.

1. Tarasov B.G., Guzev M.A., Sadovskii V.M., Cassidy M.J. Modelling the mechanical structure of extreme shear ruptures with friction approaching zero generated in brittle materials // *International Journal of Fracture*. – 2017. – V. 207, Iss. 1. – P. 87–97. DOI: 10.1007/s10704-017-0223-1
2. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Lukyanov A.A. Modeling of wave processes in blocky media with porous and fluid-saturated interlayers // *Journal of Computational Physics*. – 2017. – V. 345. – P. 834–855. DOI: 10.1016/j.jcp.2017.06.001
3. Tarasov B., Guzev M., Sadovskiy V., Losev A. Fan-hinged shear as a unique mechanism of dynamic shear ruptures // *Solid State Phenomena*. – 2017. – V. 258. – P. 165–168. DOI: 10.4028/www.scientific.net/SSP.258.165
4. Tarasov B.G., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Analysis of fan waves in a laboratory model simulating the propagation of shear ruptures in rocks // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. – 2017. – V. 58, Iss. 7. – P. 1139–1152. DOI: 10.1134/S0021894417070100
5. Varygina M. Numerical Modeling of Micropolar Thin Elastic Plates. In: *Numerical Analysis and Its Applications. Ser.: Lecture Notes in Computer Science*. – V. 10187. – Cham: Springer, 2017. – P. 690–697. DOI: 10.1007/978-3-319-57099-0_79
6. Varygina M. Numerical modeling of micropolar cylindrical shells on supercomputers with GPUs // *AIP Conference Proceedings*. – 2017. – V. 1895, Iss. 1. – Art. 080005. DOI: 10.1063/1.5007399
7. Матвеев А.Д. Расчет упругих конструкций с применением скорректированных условий прочности // *Известия Алтайского государственного университета. Сер.: Физ.-мат. науки*. – 2017. – № 4 (96). – С. 116–119. DOI: 10.14258/izvasu(2017)4-21
8. Курако М.А., Симонов К.В. Алгоритмы аппроксимации данных специального вида // *Информатизация и связь*. – 2017. – № 2. – С. 81–87.
9. Курако М.А., Быков А.А., Симонов К.В. Алгоритмы аппроксимации и кластеризации данных геомониторинга для оценки параметров источника цунами // *Информатизация и связь*. – 2017. – № 4. – С. 88–93.

10. Dementyeva E., Karepova E. A Comparison of Numerical Techniques for the FEM for the Stokes Problem for Incompressible Flow. In: Numerical Analysis and Its Applications. Ser.: Lecture Notes in Computer Science. – V. 10187. – Cham: Springer, 2017. – P. 286–293. DOI: 10.1007/978-3-319-57099-0_30

2018 г.

1. Tarasov B.G., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Cassidy M.J., Randolph M.F. Modelling the static stress-strain state around the fan-structure in the shear rupture head // Applied Mathematical Modelling. – 2018. – V. 57. – P. 268–279. DOI: 10.1016/j.apm.2018.01.020
2. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Numerical algorithm based on implicit finite-difference schemes for analysis of dynamic processes in blocky media // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. – 2018. – V. 33, Iss. 2. – P. 111–121. DOI: 10.1515/rnam-2018-0010
3. Sadovskii V., Sadovskaya O. Acoustic Approximation of the Governing Equations of Liquid Crystals under Weak Thermomechanical and Electrostatic Perturbations. In: Advances in Mechanics of Microstructured Media and Structures (Eds.: dell’Isola F., Eremeyev V.A., Porubov A.). – Ser.: Advanced Structured Materials. – V. 87. – Springer, Cham, 2018. – Chapt. 17. – P. 297–341. DOI: 10.1007/978-3-319-73694-5_17
4. Matveev A.D., Grishanov A.N. Multigrid finite elements in the calculations of multilayer cylindrical shells // Siberian Journal of Science and Technology. – 2018. – V. 19, Iss. 1. – P. 27–36. DOI: 10.31772/2587-6066-2018-19-1-27-36
5. Rastorguev G.I., Grishanov A.N., Matveev A.D. Efficient method of calculating layered conical shells with Lagrange multigrid elements use // Siberian Journal of Science and Technology. – 2018. – V. 19, Iss. 3. – P. 423–431. DOI: 10.31772/2587-6066-2018-19-3-423-431
6. Кабанов А.А., Курако М.А., Перетокин С.А., Симонов К.В., Гольд М.В. Сетевые технологии решения задач обеспечения геодинамической безопасности урбанизированной территории на примере г. Красноярска // Journal of Siberian Federal University: Engineering and Technologies. – 2018. – V. 11, Iss. 1. – P. 102–115. DOI: 10.17516/1999-494X-0014
7. Zotin A., Zuev D., Kashkin V., Kurako M., Simonov K. Environmental risk zones mapping using satellite monitoring data // Procedia Computer Science. – 2018. – V. 126. – P. 1597–1605. DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.133

8. Рогалев А.Н., Доронин С.В., Москвичев В.В. Оценка точности численного анализа деформированного состояния силовых конструкций технических объектов // Вычислительные технологии. – 2018. – Т. 23, № 2. – С. 88–101.
DOI: 10.25743/ICT.2018.23.12802
9. Kirik E., Vitova T., Malyshev A., Popel E. The Impact of Different Angle Paths on Discrete-Continuous Pedestrian Dynamics Model. In: Cellular Automata – ACRI 2018 (Eds.: Mauri G., Yacoubi S.E., Dennunzio A., Nishinari K., Manzoni L.). – Ser.: Lecture Notes in Computer Science. – V. 11115. – Springer, Cham, 2018. – Chapt. 19. – P. 207–217.
DOI: 10.1007/978-3-319-99813-8_19

2019 г.

1. Садовский В.М., Гузев М.А., Садовская О.В., Qi Ch. Моделирование пластической деформации на основе теории ортотропного континуума Коссера // Физическая мезомеханика. – 2019. – Т. 22, № 2. – С. 59–66. DOI: 10.24411/1683-805X-2019-12005
2. Annin B.D., Sadovskii V.M., Petrakov I.E., Vlasov A.Yu. Strong bending of a beam from a fibrous composite, differently resistant to tension and compression // Journal of Siberian Federal University: Mathematics & Physics. – 2019. – V. 12, Iss. 5. – P. 533–542.
DOI: 10.17516/1997-1397-2019-12-5-533-542
3. Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Supercomputing analysis of fan-shaped waves in the Earth's crust at the depths of seismic activity // Materials Physics and Mechanics. – 2019. – V. 42, Iss. 3. – P. 330–339. DOI: 10.18720/MPM.4232019_8
4. Pustovoi N.V., Grishanov A.N., Matveev A.D. Multi-grid finite elements in calculations of multilayer oval cylindrical shells // Siberian Journal of Science and Technology. – 2019. – V. 20, Iss. 2. – P. 174–182. DOI: 10.31772/2587-6066-2019-20-2-174-182
5. Матвеев А.Д. Построение многосеточных конечных элементов для расчета оболочек, пластин и балок на основе образующих конечных элементов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета: Механика. – 2019. – № 3. – С. 48–57. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.3.05
6. Миронов В.А., Перетокин С.А., Симонов К.В. Развитие и использование методов анализа сейсмической опасности // Информатизация и связь. – 2019. – № 2. – С. 27–35.
DOI: 10.34219/2078-8320-2019-10-2-27-35
7. Мацулев А.Н., Симонов К.В. Выделение закономерностей в данных о предвестниках сильных землетрясений на основе метода «SSA» // Информатизация и связь. – 2019. – № 2. – С. 45–49. DOI: 10.34219/2078-8320-2019-10-2-45-49

8. Литвинцев К.Ю., Кирик Е.С., Ягодка Е.А. Проблемы применения численного моделирования при определении расчетных величин пожарного риска // Вычислительные технологии. – 2019. – Т. 24, № 4. – С. 56–69.
DOI: 10.25743/ICT.2019.24.4.005
9. Kirik E., Vitova T., Malyshev A. Turns of different angles and discrete-continuous pedestrian dynamics model // Natural Computing. – 2019. – V. 18, Iss. 4. – P. 875–884.
DOI: 10.1007/s11047-019-09764-4

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Выписка из плана научно-исследовательской работы на 2020 год

Содержание работы	Планируемый результат выполнения работы
<p>1. Математическое моделирование динамики слоистых композитных пластин и оболочек с учетом нелинейных эффектов пластичности, расслоения, разного сопротивления растяжению и сжатию.</p> <p>2. Разработка и исследование методов численного моделирования движения управляемого объекта, подверженного неконтролируемой помехе, на основе формул, сохраняющих геометрические свойства точных решений на длительном интервале времени.</p> <p>3. Разработка моделей и исследование триггерных механизмов возникновения катастрофических геодинамических явлений: применение концепции барицентра; анализ страгивания трещин сдвига на глубинах сейсмической активности.</p> <p>4. Развитие дискретно-непрерывной модели движения людей: создание динамической подмодели адаптации площади проекции человека в зависимости от скорости и плотности потока, разработка быстрых алгоритмов оценивания плотности потока сильных землетрясений, исследование распространения веерных волн на суперкомпьютерах кластерной архитектуры.</p>	<p>1. Определяющие уравнения, вычислительные алгоритмы и программные коды для численного решения краевых задач динамики слоистых тонкостенных конструкций из композитных материалов на многопроцессорных ЭВМ.</p> <p>2. Вычислительные алгоритмы и компьютерные программы построения символического образа динамической системы, позволяющие анализировать глобальную структуру решений дифференциальных уравнений и определять динамические характеристики задачи движения управляемого объекта.</p> <p>3. Модели триггерных механизмов в рамках концепции барицентра и результаты интерпретации данных геомониторинга катастрофических геодинамических явлений сейсмической природы. Параллельная программа для анализа веерного механизма образования тектонических разломов.</p> <p>4. Подмодель динамической адаптации площади проекции человека в зависимости от скорости и плотности потока, быстрые алгоритмы расчета плотности потока.</p>